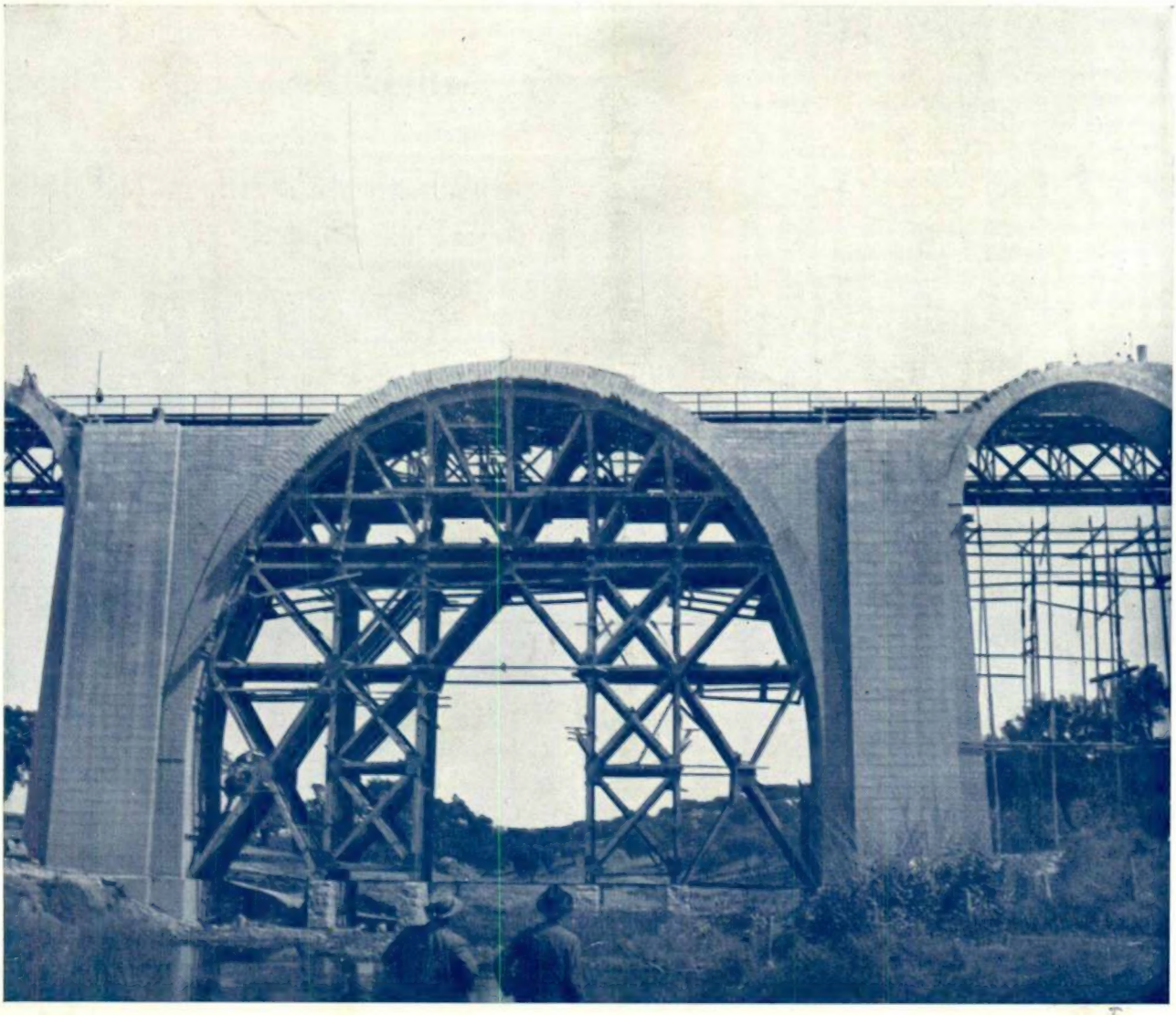
TECNICA

REVISTA DE ENGENHARIA

DOS ALUNOS DO

INSTITUTO SUPERIOR TECNICO

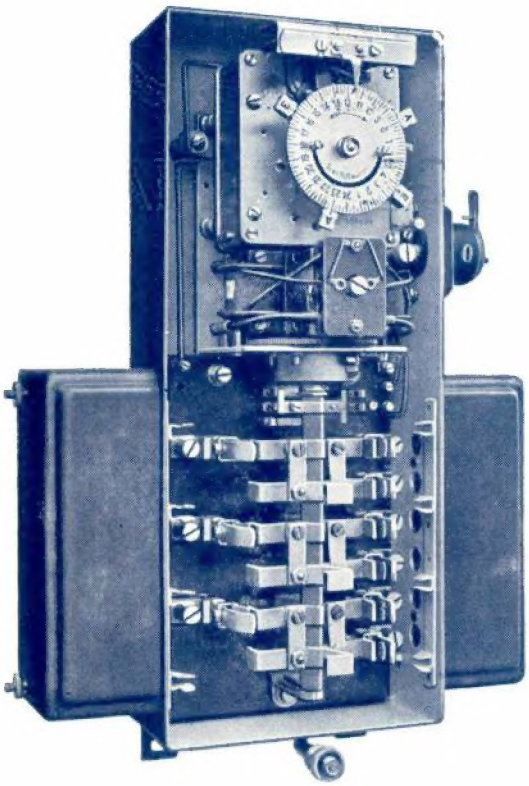
MAIO, 1934 NÚMERO 60



Arco principal da Ponte da Quinta Nova

(Em construção)

Para iluminação automática de ruas



FORNECEMOS

Conjuntores-disjuntores horários com corda eléctrica para acender e apagar a iluminação ou para a comunicação de dois circuitos separados

Movimento de relojoaria insensível às variações de temperatura

Auto-décalage astronómica de grande precisão

Fr. Sauter S. A. Bâle (Suíça)

REPRESENTANTE:

EDOUARD DALPHIN, Engenheiro

R. Passos Manuel, 191 **PÔRTO**

Cimento TEJO

Grande Prémio de Honra
na Grande Exposição Industrial Portuguesa de 1932-1933

As mais elevadas resistências até hoje registadas nas análises oficiais
Aconselhado para obras hidráulicas, especialmente marítimas
Preferido para obras de cimento armado

Pedidos à COMPANHIA "CIMENTO TEJO" - Praça da Liberdade, 53, 2.º - PORTO

Representante no Sul:

António Moreira Rato & Filhos, L.da

Avenida 24 de Julho, 54-F — **LISBOA** Telefone 2 6980

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA
DOS
ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

DIRECTOR E EDITOR: SÉRGIO A. FERNANDES MEDEIROS

PROPRIETÁRIO: *Associação dos Estudantes do I. S. T.*

ADMINISTRADOR: ARMANDO DA PALMA CARLOS

REDACÇÃO E ADMINISTRAÇÃO:
I. S. T. — Rua da Boa Vista, 79
Telef. 2 2111

Ano 1934 N.º 60
LISBOA — MAIO

Comp. e Imp. nas Of. Gráf. do Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras
Rua do Quelhas, 6-A — LISBOA

SUMÁRIO

A teoria das equações diferenciais e a ciência francesa, pelo Dr. A. L. de Mira Fernandes, Prof. do I. S. T. 442

Aerofotogrametria, pelo General Nórton de Matos, Prof. do I. S. T. 450

Visita de estudo dos alunos do último ano do Curso de Engenharia Civil — Visita à Cidade Universitária, por Mascarenhas Gaivão. 460

Túnel do Enlace Ferroviário de Madrid, por Alberto Reis Faria. 461

Bruxelas pôrto de mar, por L. P., antigo aluno do I. S. T. 463

O Centenário da Firma Sulzer Frères (1834-1934) 465

Notas Bibliográficas 469

Do Mundo Técnico 472

Vida Escolar e Associativa 473

Publicações recebidas 474

Número avulso . . . . . 4$00

ASSINATURAS

Continente ou Ilhas adjacentes:

3 números	12$00
6 »	23$00
12 »	44$00

Colónias Portuguesas e Espanha:

6 números	30$00
12 »	55$00

Estrangeiro:

6 números	40$00
12 »	70$00

DEPOSITÁRIO GERAL: ASSOCIAÇÃO DOS ESTUDANTES DO I. S. T.
RUA DA BOA VISTA, 79 — LISBOA
TELEFONE 2 2111

MUNDET & C.ª, L.DA

Sede: **SEIXAL** — Fábrica: **MONTIJO** (Nascente)

AGÊNCIA GERAL

Dirigida por: **Engenheiro José Belard da Fonseca** :: :: :: *e* **Construtor Amadeu Gaudêncio** :: :: ::

Stand e Escritório:

Rua Alexandre Braga, 55 (A. G.)

Telefones **2999** *e* **5451** LISBOA

Pavimentos de cortiça

Fôlhas de cortiça
:: :: para lambriz :: ::

Cortiça em placas para isolamentos

Duarte Ferreira & Filhos

Engenheiros construtores

TRAMAGAL

Máquinas agrícolas e industriais
A mais importante fábrica no país
Fundição de Ferro, Aço e outros metais
Trabalhos de mecânica em geral

IMPORTADORES DE

Motores «*Lister*» e «*National*», Bombas centrífugas «*Rateau*», Debulhadoras «*Marshsll*», Tractores «*Case*» Ceifeiras «*Johnson*» e Charruas «*Melotti*»

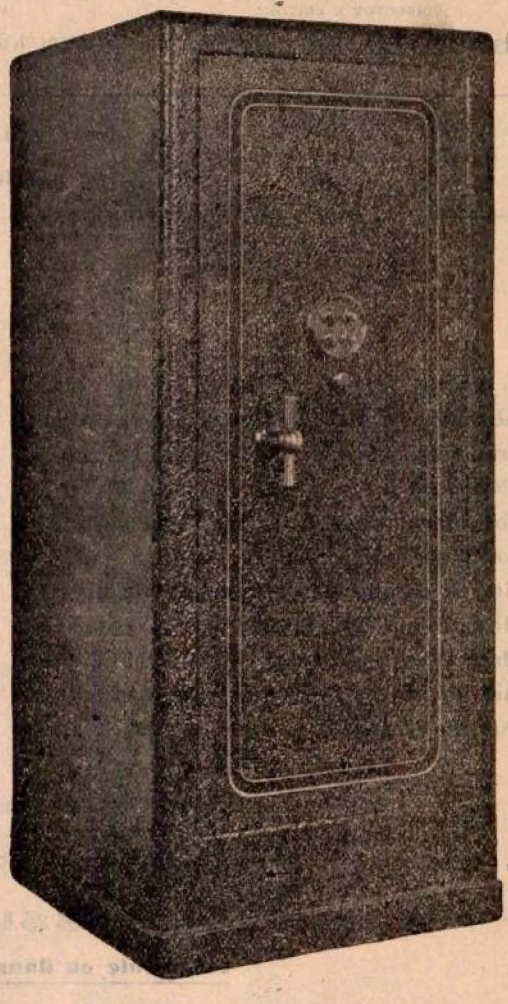
FILIAL EM LISBOA:

Avenida Presidente Wilson, 17, 25

Telef. 2 3271

Fábrica PORTUGAL, L.DA

Regueirão dos Anjos, 96 — LISBOA



SEGURANÇA ABSOLUTA CONTRA

SALAS DE EXPOSIÇÃO E VENDA:

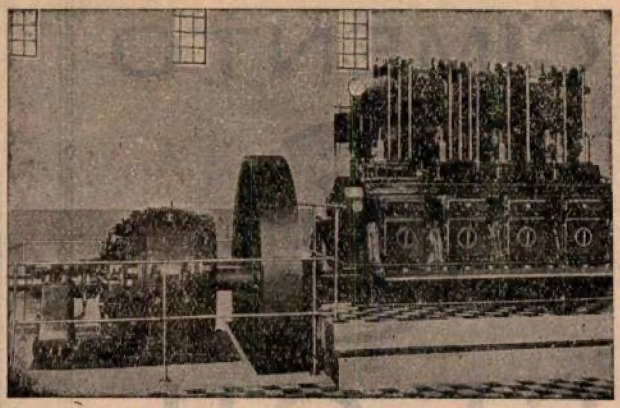
Rua Febo Moniz, 2 a 20 — Telef. N. 5376
Praça dos Restauradores, 49 a 54 — Telef. 2 4948
Avenidas da República e Elias Garcia — Telef. N. 4671
Rua da Graça, 82 e 84 — Telef. N. 3377

MOTORES DIESEL

KRUPP

são da máxima confiança

Os motores KRUPP representam:
SEGURANÇA, ECONOMIA e DURAÇÃO



Motor Diesel KRUPP instalado numa Central eléctrica, directamente acoplado a um dínamo

Muitos motores Diesel KRUPP encontram-se instalados no país para accionar geradores de corrente, para fins industrias, para propulsar navios, etc., e são bem louvados pelos seus proprietários

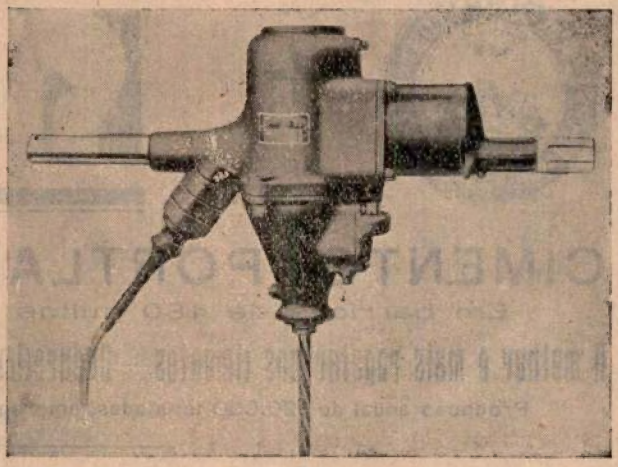
AGÊNCIA KRUPP, Cudell & Weltzien, Ltd.

LISBOA — RUA DE S. PAULO, 117, 121

Telefone: 2 3938 Telegramas: KRUPPAGENT

FERRAMENTAS ELÉCTRICAS

KRUPP



são vantajosamente empregadas para furar aço, ferro, metais e madeira, para mandrilar aparafusar, desaparafusar, limpeza de caldeiras, bem como para a construção de vias férreas

Grupos moto-geradores para tôdas as tensões normais

AGÊNCIA KRUPP, Cudell & Weltzien, Ltd.

LISBOA — RUA DE S. PAULO, 117, 121

Telefone 2 3938 Telegramas: *KRUPPAGENT*

CIMENTO

SECIL

Companhia Geral de Cal e Cimento

FÁBRICA EM OUTÃO (SETÚBAL)

Delegação em Lisboa: R. DO ALECRIM, 45, 1.º

Endereço telegráfico: *SECIL — Lisboa*

TELEFONES: 2 8201, 2 8202 e 2 9166

Azeitão 404 Setúbal 283

União Eléctrica Portuguesa, S. A.

SEDE SOCIAL:

Rua Duque de Loulé, 248 — PORTO

CAPITAL { **Acções .... 40:000 contos**
Obrigações 11:000 contos

ELECTRICIDADE DO LINDOSO

FORÇA { **Hidráulica 40:000 HP**
Térmica .. 22:000 HP

Potência já contratada 20:000 HP

Potência disponível 22:000 HP

Extensão total das linhas em exploração: 700 quilómetros

Facilidade para electrificação de Fábricas e linhas distribuidoras nas zonas de PÔRTO, Braga, Coimbra, Figueira da Foz, Leiria, Alcobaça, Tomar, Caldas da Rainha, etc., etc.

CONSULTAI AS NOSSAS TARIFAS

LIZ

CIMENTO PORTLAND ARTIFICIAL

Em barricas de 180 quilos e sacas de 50 quilos

O melhor e mais regular dos cimentos — Endurecimento rapido — As mais altas resistências

Produção anual de 120.000 toneladas, empregando dois fornos rotativos metálicos

Emprêsa de Cimentos de Leiria

S. A. R. L. — Capital 8.000:000$00

Fábricas em Maceira — Martingança

Escritório: Rua do Cais de Santarém, 64, 1.º — LISBOA

Telefones n.os 2 1331/32/33

FILIAL DO NORTE — Rua Formosa, 297 — PORTO

AGENTES EM TODO O PAÍS

TECNICA

SÉRGIO A. FERNANDES MEDEIROS
DIRECTOR

Maio de 1934 Número 60

A teoria das equações diferenciais e a ciência francesa

Pelo Dr. A. L. de Mira Fernandes

Conferência feita na Universidade Técnica de Lisboa, em 7 de Maio de 1934

Poincaré é, talvez, nos tempos modernos, o mais autorizado e vigoroso paladino da concepção desinteressada e nobre da *Ciência pela Ciência*. Mas o desinterêsse dos fins não invalida nem obscurece os méritos do agente; não perturba nem dispensa a merecida comemoração das suas obras e dos seus triunfos; não impede que a memória dos homens, até como colaboração dêsse desinterêsse, enalteça as virtudes do seu labor. E porque assim é, não se me afigura importuno nem injusto, a propósito duma breve menção das principais conquistas da teoria das equações diferenciais, relembrar aqueles que em França, sua pátria de origem, têm sabido manter, com inexcedível mérito e em honrosa competência, os nobilíssimos foros dessa mesma originalidade. *Competência honrosa,* disse eu: por vezes, inexcedível gentileza na atribuïção de prioridades e méritos. Henri Poincaré e Felix Klein o maior matemático francês e o maior matemático alemão do seu tempo, de tal maneira se atribuíram, um ao outro, prioridades e méritos, na construção da teoria das funções automorfas, que, talvez, não seja possível determinar, com absoluta segurança, o que a um e outro pertence na arquitectura dêsse grandioso monumento do engenho humano! Notável exemplo de desinterêsse e de abnegação!

*
* *

A teoria das equações diferenciais é, talvez, de todos os grandes utensílios da Análise Matemática, aquele que mais deve à ciência francesa. No seu passado longínquo, quando soou a hora duma rigorosa sistematização da obra dos precursores, tanto mais precipitada quanto mais entusiasta, tanto mais incerta quanto mais fértil, foi Cauchy, demonstrando os teoremas de existência, quem primeiro lhe assegurou a solidez dos seus fundamentos, a legitimidade dos seus propósitos, o rigor das suas conclusões. Mas já entre êsses precursores, de que notáveis triunfos se inflora e porque notáveis artífices se realiza a colaboração da ciência francesa na construção da teoria das equações diferenciais!

Com Clairaut, *enfant sublime* como Pascal, ensaia-se a teoria do factor integrante e integra-se a equação diferencial total exacta. Por êle é igualmente estudado o caso de três variáveis; e, na chamada equação de Clairaut, surge, pela primeira vez, e com surprêsa, um exemplo em que a integração se faz, *começando por derivar.*

D'Alembert, espírito profundo de filósofo e de matemático, crítico e erudito, integra a equação que tem o seu nome e é, como se sabe, uma generalização da equação de Clairaut; ocupa-se dos sistemas de equações diferenciais ordinárias e integra a equação diferencial linear de coeficientes constantes, sem referência ao caso em que a equação característica tem raízes múltiplas, na sua primeira memória, publicada em Berlim em 1748; e, numa segunda memória, também de Berlim, expõe, em 1750, o seu conhecido método de integração, no caso em

que essas raízes múltiplas existem. Deve-se lhe a primeira integração da equação das cordas vibrantes; e, com ela, mediante a repesentação da curva inicial por uma série trigonométrica, efectuada por Euler, o aparecimento, como figurante primacial da Análise, dêsse notável algorítmo que, a partir de Fourier, havia de constituir, mais tarde, um dos mais fecundos instrumentos de representação das funções da Física-Matemática. Com ela também, surgem, pela primeira vez, no horizonte científico, as soluções daqueles problemas com que a Análise moderna, por intermédio da definição espectral dos valores próprios e das correspondentes funções próprias, havia de enriquecer tão prodigiosamente a sua capacidade de representação das teorias físicas.

Lagrange, outro precoce, é o mais alto representante de uma geração de gigantes. É mais que um símbolo, porque é uma enciclopédia; é mais que um precursor, porque é um adevinho de utilidades; é mais que um creador, porque é um mestre. Não escapou à sua análise nenhum dos grandes problemas do seu tempo; nem à sua crítica o esclarecimento de muitas confusões. A sua capacidade de generalização só é comparável à sua extraordinária intuïção da analogia, mesmo onde ela, à primeira vista, podia parecer mais descabida. E nem sempre deixaria de o ser; mas, sem êsses golpes de audácia dos grandes precursores que uma análise rigorosa devia, mais tarde, esclarecer na sua legitimidade e moderar nas suas aspirações, a ciência, conquista tardígrada duma impecável cadeia de silogismos, não teria ainda saído da menoridade.

Para ilustrar o nome de Lagrange bastariam a determinação da existência dum sistema fundamental de soluções particulares para as equações lineares homogéneas, a criação do conceito de equação adjunta, o método da variação das constantes arbitrárias e a análise das soluções singulares. Mas a sua acção é muito mais vasta e muito mais profunda. Reduziu a integração da equação de primeira ordem às derivadas parciais à dum sistema de equações ordinárias, extendendo àquela os conceitos de integral geral, particular e singular, à custa do conceito de integral completo. Sosinho? Não. Com o auxílio de Charpit, seu aluno, que, em 1784, apresentou à Academia das Ciências uma memória célebre, de cuja existência, por não ser mencionada na obra de Lagrange, houve quem duvidasse até à descoberta do respectivo manuscrito em 1928. E é na análise de Lagrange e Charpit, em vão tentada por Euler, muitos anos antes, que se origina um dos mais belos capítulos da teoria das equações diferenciais, profundamente versado por Pfaff e Jacobi. Deve-se-lhe ainda a importante contribuïção do seu método de variação das constantes para a integração das equações da Mecânica Celeste. Deve-se-lhe, como modêlo de clareza e simplicidade, o Cálculo das Variações; e como modêlo de sistematização doutrinária o Tratado de Mecânica Analítica.

Laplace, o grande praxista dos problemas relacionados com a atracção universal, é outro gigante. A sua célebre equação às derivadas parciais de segunda ordem, as funções esféricas e o respectivo desenvolvimento em série de zonais, os fundamentos da teoria do potêncial e da teoria das funções harmónicas, a expressão destas últimas por integrais definidos, o método de *cascata* para a resolução das equações de segunda ordem lineares às derivadas parciais são padrões imorredoiros do seu talento criador e da sua habilidade de geómetria eminente.

Monge é outro precursor ilustre; talvez a figura de cientista que mais suscitou, no seu tempo, a ciosa emulação de Lagrange. Êles eram tão diferentes! Estruturalmente geómetra, profundamente intuïtivo, *vendo* o objecto do seu raciocínio, e seguindo nêle a sua marcha, não há na sua obra um sacrifício de elegância. O conceito e a equação diferencial das linhas de curvatura, a integração da equação das superfícies mínimas, estabelecida por Lagrange e estudada por Meusnier, a teoria das equações diferenciais totais dos dois primeiros graus, em que foi um avisado comentador das concepções de Euler, atestam o seu alto espírito de intuïção. Mas o mais belo monumento do seu génio é, talvez, o método das características que tem por fim a determinação de superfícies definidas por equações diferenciais. Com êsse método, generalizado por Ampère e exaustivamente tratado, em nossos dias, por Darboux, estudou Monge a equação linear às derivadas parciais de segunda ordem, a que é costume chamar equação de Monge. Como se sabe, é nm método de redução, em que os integrais intermediários se

obtêm à custa de combinações integráveis das equações das características.

Ampère, depois de ter aplicado o método de Monge à equação não linear que tem o seu nome, procurou generalizá-lo, classificando simultâneamente as equações não lineares de segunda ordem e estendendo às equações às derivadas parciais de ordem superior o conceito de integral geral. Êsse conceito, modificado por Darboux, não tem, contudo, a clareza e a precisão dos conceitos correspondentes da teoria das equações diferenciais ordinárias e da teoria das equações às derivadas parciais de primeira ordem, embora a noção de *classe*, tal como Ampère a definiu, tenha uma importância fundamental, como o prova o mesmo método de Darboux, importância que aconselha, talvez, a examiná-lo mais profundamente.

E chegamos a Cauchy, o primeiro nome que citei ao iniciar esta brevíssima rememoração dos pioneiros ilustres da teoria das equações diferenciais, que, em França, o precederam na investigação da verdade científica. Doze anos mais novo que o alemão Gauss, seu ilustre companheiro na obra ingente de estruturação do rigorismo matemático, não é fácil dizer se Cauchy apareceu na hora própria, em que essa estruturação se impunha, ou se ela se impôs por ter aparecido Cauchy. De tal modo os grandes espíritos se identificam com a sua obra, se integram na sua fecundidade, se diluem no seu dinamismo, se consubstanciam na sua essência, que não é fácil dizer se a obra foi criada por mera potencialidade espiritual do agente, ou se a acção dêste, subentendida essa potencialidade, foi necessàriamente determinada pelas circunstâncias. De facto, tinha soado a hora dum severo exame de consciência. Abusara-se da intuïção. Extrapolara-se, em termos de incerta legitimidade. O espírito criador levara de vencida a prudência nos seus assertos e a circunspecção nas suas afirmações, com manifesto prejuízo do senso crítico. E, a tempo se impunha uma revisão de valores, uma limitação de aspirações, uma segurança de fundamentos do raciocínio sem a qual todo o edifício científico se tornava, cada vez mais, periclitante e instável.

E se a Gauss se deve, segundo parece, o primeiro critério de convergência, a propósito da hipergeométrica, nesse ano memorável de 1812, a Cauchy se devem os primeiros teoremas de existência e a teoria das funções de variável complexa: dois pilares do mesmo edifício, duas fontes da mesma lustralidade, dois complementos do mesmo todo, e, sobretudo, dois inexgotáveis mananciais de verdade e de generalização da verdade. Sem êles, como tinha sido audaciosa e anodina a presunção de Newton sôbre a integração das equacões diferenciais pelo método dos coeficientes indeterminados! E como tinha sido insegura e arriscada grande parte da obra dos precursores, guiada por uma intuïção mimosa e feliz, através de perigos sem conta e de miragens sem base! O método das majorantes e o método do polígono foram, além de valiosa conquista, origem fecunda de numerosas generalizações e, sobretudo, padrões de raciocínio, hoje clássicos, em vários domínios da análise. O segundo, actuando num campo funcional mais extenso que o primeiro, ambos êles aplicáveis em domínios de analiticidade, ou de continuïdade, em ambos também a existência e a unicidade da solução são simultâneamente demonstradas. E nêles se origina um dos mais empolgantes motivos da curiosidade especulativa dos investigadores dos tempos modernos. Desde a já remota generalização de Sofia Kowalewski, para os sistemas normais, até aos nossos dias, que enorme campo de acção têm sido os problemas de existência, unicidade e analiticidade das soluções das equações diferenciais! E que brilhante tem sido, como veremos, nesse campo, a contribuïção da ciência francesa! Ampliação do domínio de convergência; determinação de condições de existência, sem unicidade, e de condições mínimas assegurando a unicidade, dentro da existência; averiguação das condições em que o problema tem sentido (o que nem sempre acontece); todo êsse ingente trabalho de *approche* que tem em mira a determinação de condições necessárias e suficientes para a existência e para a unicidade, tem sido, e será, uma das mais obsidiantes preocupações do espírito científico. Para o seu progresso, tem contribuído, por vezes, a audácia genial e fulminante de Anibal; por vezes, também, a estratégia contemporizadora de Quinto Fábio Máximo.

Outra grande virtude de Cauchy foi a originalidade. E a tam alto grau elevou essa virtude, nas ideas e nos métodos, que à sua fieira não escaparam aqueles mesmos capítulo da Análise que começavam a ser clássicos, dando-lhes ines-

perada amplitude e imprevista perspectiva. É assim que êle determina, para a equação às derivadas parciais de primeira ordem, sem recorrer ao integral completo, como no método de Lagrange e Charpit, a solução que passa por uma curva dada, satisfazendo a certas condições de holomorfismo. Essa solução é determinada mediante características, curvas singulares que, por serem comuns a infinitas superfícies integrais, não podiam servir de base ao método. E se êste é mais trabalhoso que o de Lagrange, a sua facilidade de generalização e a precisão com que determina os elementos arbitrários dão-lhe uma extraordinária importância algorítmica.

Tam grande, que é a essas soluções, que passam por uma multiciplidade arbitràriamente dada, que Darboux chamará, mais tarde, integrais gerais das equações às derivadas parciais de ordem superior.

De Cauchy dimana também, e como conseqüência da introdução na análise das funções de variável complexa, o estudo sistemático das singularidades. Desde o caso clássico de Briot e Bouquet, o estudo analítico das soluções das equações diferenciais, sua expressão na vizinhança dum ponto singular, sua possível classificação de harmonia com a natureza das singularidades, tem sido uma das maiores preocupações, como veremos, de quási todos os grandes construtores da Anàlise Moderna.

Logo dois anos depois da morte de Cauchy, duas memórias célebres de Riemann, uma delas só mais tarde conhecida, precedem, com pequeno intervalo, a notável análise de Fuchs das chamadas soluções regulares das equações diferenciais lineares, classe a que pertencem as soluções da equação diferencial da série hipergeométrica. Como se sabe, nas equações do tipo fuchsiano, os integrais fundamentais, depois de um percurso fechado em tôrno dum ponto singular, vêm multiplicados por certos factores, ou dão origem, mediante êsse produto, a um certo grupo discontínuo de substituïções. Na primeira memória de Riemann, aquela que só foi conhecida depois da sua morte, e que se intitula «*Deux théorèmes généraux sur les équations différentielles linéaires à coefficient algèbrique*», é posto o problema da determinação dos coeficientes dum sistema de equações diferenciais linearss de primeira ordem, conhecidos os pontos singulares e as substituïções generatrizes do grupo de monodromia. É um problema de classificação, que deve, como se sabe, a Poincaré uma elegante solução, num caso particular, por intermédio das tetafuchsianas, e que só viria a ser resolvido, já em nossos dias, por Hilbert. Na segunda memória, Riemann estuda a equação diferencial linear de segunda ordem da função P, da qual resultam, como casos particulares, as equações de Legendre, Mathieu, Lamé, Bessel, Schrödinger, etc., de tam grande importância nos mais variados problemas da moderna Física Matemática.

*

* *

Acabo de pronunciar, meus Senhores, *dois nomes* que têm, na teoria das equações diferenciais, como em todos os domínios do pensamento matemático, relêvo de primeira grandeza, brilho que se não ofusca, glória que se não extingue, mérito que se não excede. Começaram por ser dois nomes franceses, e são dois nomes universais. Um, é um nome próprio: *Poincaré;* outro, é um nome comum: *grupo.*

Do primeiro, disse Hadamard: «*Notre époque, au point de vue mathématique, c'est, avant tout Poincaré*». Do segundo, disse Hermann Weyl: «*Com a noção de grupo, o sentido grego da Forma reclama, nos fundamentos da Lógica, a situação que o conceito de número parecia ter-lhe roubado*».

Dois conceitos de inexcedível autoridade, dois comentários de inestimável valia.

Na rememoração dêsses dois nomes, da sua acção triunfal dentro da teoria das equações diferenciais, comecemos pelo *nome comum.* Tem a primazia da antiguïdade, o insuspeitável desinterêsse duma idea abstracta. E, no já longo e monumental processo do seu êxito, tem Poincaré alguns dos seus mais justificados títulos de glória.

A idea fundamental de Sophus Lie, ao aplicar a sua feoria dos grupos contínuos de transformações à integração das equações diferenciais é a de considerar a equação como uma correspondência entre elementos de contacto, elementos de osculação, etc., (conforme a ordem), sendo o integral geral a expressão finita dessa correspondência; e acontece que esta pode, às vezes, simplificar-se, por uma transformação

conveniente, em termos de pode reduzir-se a algum dos tipos conhecidos de integração. Os métodos elementares, para as equações de primeira ordem, gosam, com efeito, da propriedade de ser aplicáveis a equações que admitem um grupo contínuo, com um parâmetro, de transformações infinitesimais. O que interessa, porém, é utilfzar a circustância de uma equação admitir um grupo com um parâmetro, de modo a poder reduzi-la a algum tipo em que a integração seja efectivamente possível. Tendo Darboux resolvido, para os sistemas de equações do primeiro grau, o problema de averiguar quando é que existe um sistema fundamental de soluções particulares, à custa das quais se constroi a solução geral, como nas equações lineares, logo Lie generalizou o problema, aplicando-o aos sistemas automorfos, isto é, àqueles sistemas cujas soluções são transformadas umas das outras por meio das transformações dum certo grupo.

O princípio de Lie, da classificação das equações diferenciais pelo conceito de grupo, luta com a dificuldade de averiguar se há grupos, deixando invariantes as soluções, e também com a dificuldade, em geral não menor, de utilizar o conhecimento do grupo, quando êle existe, na determinação dessas soluções. E, se o esfôrço de Lie foi grande, na determinação de tipos de equações invariantes para certos grupos, a sua principal preocupação foi, sobretudo, averiguar qual é o maior proveito que se pode tirar, em face dum sistema completo, do conhecimento da existência dum grupo de transformações que deixa invariante a solução do sistema.

Das ideas de Lie não faltam cultores, nem da extraordinária potencialidade do conceito de grupo eminentes criadores, na ciência francesa dos últimos sessenta anos.

É Laguerre, generalizando o conceito de invariante às equações diferenciais lineares.

É Halphen, criando a teoria dos invariantes diferenciais das mesmas equações lineares, em relação ao grupo projectivo, e analisando as condições em que elas podem reduzir-se a outras de coeficientes constantes, ou integráveis por meio de funções uniformes, racionais ou duplamente periódicas, pouco antes descobertas por Picard. Esta análise de Halphen encontra-se na célebre memória por êle apresentada à Academia das Ciências, e por ela premiada, nesse notável concurso em que o seu competidor Poincaré apresentava, numa Memória incompleta, os pródromos da teoria das funções fuchsianas.

É Picard, construindo, para as equações diferenciais lineares, numa ordem de ideas diferente, uma teoria análoga à teoria de Galois para as equações algébricas, correlacionando o sistema das raíses com o sistema dos integrais fundamentais e criando o conceito de grupo contínuo de racionalidade.

É Drach, generalizando o conceito de grupo de racionalidade e criando a integração lógica, de tão auspiciosos resultados na sua aplicação às linhas de curvatura das superfícies de onda.

É Vessiot, retomando, em boa hora e com admirável êxito, o problema de utilização mais perfeita do grupo na integração dos sistemas completos, que fora a grande preocupação de Sophus Lie, e contribuindo largamente para a resolução do problema da integração por quadraturas das equações diferenciais ordinárias.

É Goursat, outro ilustre criador e esclarecedor de métodos e teorias, dentro da concepção de grupo, relacionada com a de equação diferencial, mestre pela sua obra original e pelo monumental valor didáctico da sua obra escrita.

E é Cartan, figura de inconfundível relêvo na vigorosa definição dessa dependência, tão íntima e tão subtil, tão difícil de estabelecer, tam rica em conseqüências de ordem especulativa e de ordem prática, entre o conceito de grupo e o conceito de equação diferencial. O exame dos integrais algébricos das equações lineares ordinárias, pelo estudo dos grupos lineares isomorfos com o grupo de Galois; a integração dos sistemas de equações às derivadas parciais, admitindo grupo, e cujo integral só depende de constantes arbitrárias; o estudo dos grupos contínuos infinitos e a determinação dos grupos simples; as relações dêstes conceitos com as modernas teorias da Geometria diferencial e, principalmente, com a generalização dos conceitos de transporte e conexão, são padrões duma obra imorredoira, que é, ao mesmo tempo, uma fonte inexaurível de novas perspectivas e novos roteiros do pensamento matemático.

*

* *

Da obra de Poincaré dimana todo um mundo de ideas, tôda uma cosmogonia de criações geniais. Há nela a análise mais profunda, a concepção mais triunfantemente audaciosa, a intuïção mais aguda e subtil, a síntese mais harmoniosa. e cintilante. Pela fieira do seu génio passaram todos os grandes problemas do seu tempo e ao seu comentário, sempre fecundo e sempre original, não escapou nenhuma das grandes preocupações científicas da sua época. Mas Poincaré é, sobretudo, uma inexgotável fonte de novos temas, de novas teorias, de novos seres do pensamento; um criador de insuspeitadas riquezas e um descobridor de inesperados horizontes. E. como se tudo isso não bastasse à definição da sua inconfundível personalidade científica, Poincaré foi ainda o mais hábil e seguro manejador de todos os domínios da ciência matemática, sempre presentes, em tôda a sua prodigiosa extensão e delicada minúcia, na cerebração genial dêste iluminado! Mais ainda: sempre em oportuna correlação de afinidades e contrastes, sempre em adequada urdidura de mútuo auxílio e recíproca assistência!

O comentário da sua obra sublime está feito por quem melhor podia fazê-lo: Hadamard. Que a vossa bondade e a vossa paciência me perdôem a ligeira e pálida recordação dalguns florões da sua coroa de glória.

A generalização do método das majorantes de Cauchy; a análise das singularidades regulares, do tipo de Fuchs, das equações homogéneas de primeira ordem às derivadas parciais, classificando-as em acidentais e essenciais, análise que lhe serviu para o estabelecimento da teoria das soluções assintóticas, e da qual foi um ilustre continuador Dulac; o minucioso exame das propriedades analíticas das equações lineares de Thomé, com singularidades não regulares; o estudo das soluções algébricas duma equação linear, tendo por base o conhecimento dos subgrupos finitos do grupo linear de monodromia, analizados por Jordan, e que o levou à determinação das condições em que uma função algébrica, conhecido o seu grupo de Galois, satisfaz a uma equação linear; e ainda a análise, numa ordem de ideas iniciada por Darboux, das soluções algébricas das equações não lineares; são monumentos indestrutíveis do seu talento criador. O seu inconfundível labor nos domínios da dinâmica; no estudo das soluções periódicas e assintóticas; dos invariantes integrais de tôdas as ordens; dos problemas de estabilidade, dos problemas de contôrno; das funções quási-periódicas e do conceito de probabilidade em dinâmica, que tam notável papel haviam de desempenhar na mecânica moderna; do cálculo das variações; e dos espaços a infinitas dimensões a que hoje se encontra tam gloriosamente ligado o nome de Hilbert, bastaria a imortalizar o seu nome.

Mas há na obra de Poincaré dois marcos miliarios que, entre tantos outros, atestam a sua extraordinária capacidade de invenção, em termos de verdadeiro assombro.

O primeiro é a construção de curvas definidas por equações diferenciais: pela importância do problema em si, pela sua dificuldade, pela sua riqueza em conseqüências notáveis, largamente e brilhantemente exploradas por Dulac. Mas, sobretudo, porque, na generalização do problema a equações de ordem superior à segunda, Poincaré teve a genial intuïção, *à falta de um instrumento geométrico,* como êle diz, *que lhe permitisse penetrar no espaço a mais de três dimensões,* de utilizar, quási de *construir,* a partir dos elementos, êsse fertilíssimo algorítmo da Análise Moderna que é a Topologia; fertilidade entrevista por êsse outro grande intuïtivo que foi Riemann e que, no problema de que Poincaré se ocupava, permitiu, por exemplo, o estudo das curvas fechadas que tornam mínimo um integral definido, e que tanto deve a Hadamard.

O outro marco miliário a que eu, há pouco, aludia, é a teoria dos grupos e das funções fuchsianas. Aqui, há que admirar a rapidez da elaboração, a cortesia da competência, entre Poincaré e Klein, na recíproca atribuïção de méritos e de prioridades, e ainda, como sempre a originalidade da invenção.

Dessa originalidade são notáveis exemplos o recurso à geometria de Lobatchefski para construir os grupos fuchsianos, que foi uma verdadeira inspiração, até pelas circunstâncias em que a idea lhe ocorreu; e o engenhoso método de exclusão pelo qual demonstra a possibilidade de integrar por intermédio das zeta-fuchsianas, tôdas as equações lineares de coeficientes algébricos. Em menos de seis meses, estava esboçada tôda a teoria, em dez Notas apresentadas

à Academia das Ciências; essas dez Notas que, no dizer de Humbert, contêm as *chaves do mundo algébrico.*

Esta criação das fuchsianas faz parte da obra ingente, por Poincaré intentada, embora não ultimada, de conseguir, à custa das funções θ, soluções válidas em todo o domínio de existência, naquelas equações em que a derivada é função algébrica das variáveis. Resolvido o problema para as equações lineares, por intermédio das fuchsianas, depressa advertiu Poincaré que a dificuldade de generalização dos seus métodos às equações não lineares resulta da circunstância de estas terem singularidades paramétricas, em geral, em número infinito, ao contrária das equações lineares que só têm singularidade fixas. Restava saber se há equações não lineares com um número finito de singularidades e, havendo-as, se lhes seria aplicável o método de Poincaré. Esta análise, que na primeira ordem, não abriu novos horizontes, conduziu, na ordem superior, às transcendentes de Painlevé.

*

* *

Cabe aqui a rememoração dêsse problema, tam importante e tam difícil, da análise das soluções uniformes das equações diferenciais. E se, para as equações lineares, a análise da uniformidade pôde ser feita, em escala relativamente larga, outro tanto não acontece com as equações não lineares, sendo, por isso, do maior alcance, os resultados obtidos por Painlevé e seus ilustres continuadores. Do conhecido teorema de Painlevé, e por ser a equação de Riccatti a única equação de primeira ordem, nas condições dêsse teorema, que não tem pontos críticos móveis, resulta, desde logo, que a determinação das soluções uniformes se reduz, no caso de Painlevé, ao da determinação das soluções uniformes da equação de Riccatti. E, como a equação linear, a que se reduz a equação de Riccatti, nem sempre pertence a algum daqueles casos em que se pode afirmar a uniformidade da solução, a questão ainda hoje não está resolvida. Por aqui se pode avaliar a dificuldade do problema. Mas, na impossibilidade de determinar condições de uniformidade, fica ainda, como problema importante a resolver, a análise da multiformidade das soluções. E dela se ocupou, com êxito brilhante e abrindo largas vias à curiosidade dos investigadores, essa figura notável, de tão preclaro realce em tão diversos domínios do pensamento e da acção, que a nação francesa e a ciência universal acabam de perder há poucos meses: Painlevé.

O estudo das condições em que há apenas um número finito de soluções, permutáveis em tôrno dos pontos críticos móveis; a resolução do problema por um número finito de operações racionais; a análise do grau de multiformidade, foram início, tão auspicioso como difícil, dessa admirável teoria da determinação das funções definidas por equações diferenciais de ordem superior à primeira, que tanto havia de ilustrar a sua obra, e em que as dificuldades resultam, sobretudo, do carácter essencial das singularidades móveis, da infinidade de soluções e ainda da natureza do conjunto dessas singularidades essenciais que, para as equações de segunda ordem, é sempre isolado, mas pode ser um conjunto contínuo, para equações de ordem superior à segunda. Novos métodos de análise, entre os quais o da continuïdade, novas transcendentes, novos caminhos e novos problemas, em que aparecem, mais uma vez, interessantes aplicações da teoria dos grupos, são monumentos perduráveis do seu engenho e glória de tôda uma *elite* de investigadores, entre os quais Boutroux, Chazy, Gambier, Garnier.

Em tôda esta acidentada e difícil marcha, a caminho da verdade, o que há de fundamental é a determinação da lei grupal das singularidades e a investigação da maneira como os elementos arbitrários intervêm na solução. Teoria dos números, teoria das transformações, são algorítmos de grande alcance no estudo dêstes problemas; e, nesta ordem de ideas, há que pôr em acentuada evidência a fecunda intervenção de Picard, também notável no exame do meromorfismo das soluções.

É ainda a Picard que se deve a introdução na Análise, há mais de quarenta anos, dos métodos de aproximações sucessivas, de tão largo uso, tanto no campo meramente especulativo, como no das aplicações da teoria das equações diferenciais.

*

* *

E esta referência à determinação das soluções duma equação diferencial que satisfazem a dadas condições, chama a nossa atenção para outra ordem de problemas que, há um século, vem ocupando intensamente a investigação científica: a dos chamados problemas de *contôrno*, hoje integrados na estrutura de tôdas as grandes questões da física matemática. Já não se trata, apenas, de averiguar a existência e determinar a natureza das soluções, como no problema de Cauchy e seus continudores: procuram-se integrais satisfazendo a certas condições que às vezes, (e daí vem o nome de *problemas de contôrno*) consistem na definição dos seus valores nos limites dum certo domínio, mas também podem consistir na posse de determinadas propriedades: natureza do ponto no infinito, ausência de certas singularidades, relações de contôrno entre a solução e a sua derivada, etc. Há cem anos que essa análise se iniciou, com Sturm e Liouville. Na equação figuram um ou mais parâmetros, de cujos valores dependem a existência da solução e as suas propriedades. Os valores dos parâmetros para os quais a solução existe, nas condições desejadas, são os *valores próprios*, cujo conjunto forma o *espectro* da equação, em relação ao problema proposto; e as soluções correspondentes são as *funções próprias*.

Na ordem histórica e pelo seu extraordinário alcance, um dos mais importantes problemas de contôrno é o chamado problema de Dirichlet, em cuja resolução e discussão têm colaborado quási tôdas as teorias da análise e as mais destacadas figuras do pensamento matemático. Eu abusaria da vossa atenção, se tentasse descrever, mesmo sumàriamente, tôdas as conquistas científicas que lhe devem a existência, ou pretendesse mencionar todos os domínios da análise que lhe devem um progresso. Umas e outros são, de resto, bem conhecidos. A solução inicial de Poisson, para o círculo, a pseudo-demonstração de Dirichlet, as advertências de Weierstrasse sôbre a continuïdade e derivabilidade da solução procurada, os comentários de Hadamard sôbre a limitação do integral, a demonstração de que a solução, no caso geral, não existe, realizada com os exemplos de Lebesgue e Urysohn; os métodos clássicos, alterno, da média aritmética, da representação conforme, de *balayage;* a intervenção fecunda da teoria das equações integrais, dos métodos da função de Green, dos desenvolvimentos em série de funções; fazem do problema de Dirichlet um dos de mais extensa, mais rica e mais gloriosa história, nos domínios da ciência matemática. E, de progresso em progresso, de triunfo em triunfo, com trabalhos de Fatou, Bouligand, Wiener, Perron e Lebesgue, chegamos à sua fase actual, em que a solução, procurada por um processo de prolongamento funcional, que pode extender-se a tôdos os casos de existência, se reduz à do problema topológico da determinação de conjuntos de *capacidade nula*, obra, principalmente, de Lebesgue, e Bouligand.

Se já nos fins do século passado há importantes trabalhos sôbre a investigação de valores próprios e funções próprias e desenvolvimentos em série de funções próprias, investigação realizada sôbre a mesma equação diferencial, à maneira de Liouville (e dessa época são a notável Memória de Poincaré sôbre as equações da Física Matemática e os trabalhos de Hilbert, publicados nas *Nachrichten de Göttingen)*, foi, sobretudo, nos princípios do século actual, com a obra de Fredholm, que as equações integrais e a função de Green vieram trazer ao estudo destas questões um algorítmo adequado e fecundo em resultados do maior interêsse.

E não são apenas os desenvolvimentos em série de funções próprias, mas também os desenvolvimentos assintóticos do espectro (que tanto devem a Weyl), que vêm tornar singularmente fecundos estes novos métodos de análise.

*

* *

Foi em 1860 que Hugoniot, estudando a propagação do som, e definindo a noção de onda, deu origem a um dos mais importantes capítulos da ciência moderna: a teoria da propagação. E, se já são dele e de Riemann o conceito de discontinuïdade na aceleração da frente de onda e o conceito de onda de choque, que já é discontínua para as velocidades, foi, sobretudo em nossos dias que essa teoria atingiu a perfeição doutrinária que faz dela um dos mais notáveis monumentos científicos dêste século. E não será

injustiça destacar, como seus máximos artífices, os nomes de Volterra, Hadamard e Levi-Civita. O carácter diferente das soluções, consoante é par ou impar o número de variáveis independentes; a existência de ondas com ou sem cauda residual indefinida; a interpretação geométrica do problema, por intermédio das superfícies características (que excluem o problema de Cauchy) e das suas linhas bicaracterísticas, da qual, há pouco tempo, se serviu Levi-Civita para construir uma imagem da geminação ondo-corpuscular da mecânica ondulatória; tôda essa análise profunda e difícil das soluções das equações às derivadas parciais dos tipos elítico, hiperbólico e parabólico, das suas singularidades e do seu diferente comportamento tão magistralmente feita por Hadamard; os trabalhos de Levi e Gevrey, sôbre as parabólicas, são hoje indispensáveis elementos de cultura.

E não só a análise que se baseia no emprêgo da função de Green, mas também a que tem por base o método da paramétrica de Hilbert. Instrumento sempre eficiente nesta ordem de investigações é o método das aproximações sucessivas de Picard, já por êle mesmo aplicado ao estudo da equação linear geral do tipo elítico, na Memória das *Acta Mathematica* de 1902.

*

* *

Fertilíssima origem de notáveis progressos na teoria das equações diferenciais tem sido o cálculo funcional.

Generalização fecunda do conceito de correspondência que serviu de base à noção de função, a idea de correspondência funcional vem já, talvez, de Laplace, quando, no seu cálculo de probabilidades, procura resolver por integrais definidos uma equação diferencial linear. E, ou seja fazendo corresponder a um conjunto uma função ou um número, ou seja pela generalização do conceito de correspondência a espaços de infinitas dimensões, o seu âmbito é hoje imenso, e o seu valor algorítmo duma riqueza e duma amplitude extraordinárias. A generalização das noções de continuïdade, derivada e integral, a concepção de derivada funcional, as fórmulas de Volterra e Hadamard, o teorema de Riesz que estabelece a correspondência unívoca duma função de quadrado somável ao conjunto dos coeficientes da sua série de Fourier, vieram lançar nova luz sôbre êsse conceito de correspondência, do qual o próprio problema de Cauchy, fazendo corresponder a um conjunto de valores, que define uma função sôbre o elemento inicial, outra função que é integral duma dada equação diferencial, é já um notável exemplo. Mas é nessa dependência, extendida a infinitas dimensões, de que são exemplos os sistemas de infinitas equações lineares com infinitas incógnitas, a multiplicação matricial, as equações integrais, as transformações topológicas contínuas, etc., que se encontra o rendimento máximo dêsse conceito que Fréchet sistematizou na teoria dos espaços abstractos, dos quais o espaço funcional de Hilbert é o mais importante entre aqueles a que é generalizável o conceito de distância.

Definida por equações às derivadas funcionais, ordinárias ou parciais, a correspondência funcional admite imediatamente a generalização dos conceitos de integral completo, invariante integral, característica, e ainda o de grupo funcional, de que é origem fecunda a dependência funcional resultante da permutação de símbolos. Menos prestável à generalização do que o conceito de derivada, o de integral, que tanto deve ao malogrado Gateaux, tem dado origem a tôda essa entensa teoria das médias e dos valores prováveis, de tam proveitoso uso nos domínios da Física Matemática.

Como correspondência dos métodos operatórios aos da mecânica clássica, há que assinalar a substituïção do espaço das fases por um espaço funcional a infinitas dimensões, com métrica determinada; a do grupo dos movimentos por um grupo funcional com infinitos parâmetros; o das equações de Lagrange por um sistema integro-diferencial.

Desde a Mecânica até à Economia Política, não há região especulativa em que não tenha sido utilizado o cálculo funcional. E dos seus progressos, além do infeliz Gateaux e, sobretudo na teoria das equações às derivadas funcionais, são ilustres pioneiros, em França, — Hadamard e Levy.

*

* *

A teoria das equações diferenciais, nas suas aplicações à Mecânica e à Física, tem procurado,

tem procurado, nos últimos anos, pela necessidade de explicar os fenómenos intra-atómicos, uma ligação cada vez mais estreita, mais íntima e mais forte com a teoria dos grupos. Esta fornece o aspecto qualitativo dos fenómenos que a equação diferencial traduz nas suas relações infinitesimais, e a que a sua integração, sempre difícil, senão impossível, daria uma determinação quantitativa.

Entre os números que caracterizam o grupo, lá estão aqueles de que precisa a teoria quântica, por conseqüência, implìcitamente inclusos na lei infinitesimal que a equação representa. Já não é apenas, como na frase de Weyl que, há pouco, citei, *o sentido grego da Forma a reclamar, nos fundamentos da lógica, a situação que o conceito de número parecia ter-lhe roubado.* É êsse mesmo sentido da *Forma*, por intermédio da noção de *grupo*, a suprir irremediáveis indeterminações numéricas; a resgatar o pensamento matemático duma precipitada visão unilateral da realidade;a restabelecer a indispensável harmonia de todos os elementos da análise. É o sentido da *Forma*, por intermédio dos conceitos de *Ordem* e *Restituïção*, que servem de base à idea de *grupo*, a inculcar ao raciocínio abstracto aquelas traiectórias em que não corre o risco de perder-se numa especulação inútil, nem o perigo de diluir-se numa multidão de elementos infinitesimais, dos quais o Cálculo não sabe fazer uma reconstituïção finita.

E não é fácil imaginar maior triunfo para êsse previlegiado conceito de *Ordem* e de *Forma*, que tem servido todos os domínios da especulação matemática, ilustrado e esclarecido tôdas as teorias, dissipado angustiosas dúvidas, revelado insuspeitadas afinidades entre teorias aparentemente desconexas e contribuído, como nenhum outro, para a unidade do pensamento científico: o *conceito de grupo*.

Conceito que, há pouco mais de cem anos, floresceu e frutificou na mente duma criança de génio: o francês Evaristo Galois.

■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■

AEROFOTOGRAMETRIA

Exposição resumida da evolução dos levantamentos topográficos aéreos

Pelo General NORTON DE MATOS, Prof. do I. S. T.

(Continuado do número anterior)

2.ª Conferência

13. **Transformação fotogramétrica das aero-fotografias.** — Os processos de *rectificação* ou de *transformação* da fotografia de um terreno têm em vista alterar as posições relativas dos seus pontos, de modo a levá-los às posições que êles teriam se a fotografia fôsse tirada com a chapa fotográfica na posição horizontal. No caso do terreno plano e horizontal, os processos de transformação dão-nos, portanto, imediatamente a planta rigorosa dêsse terreno; no caso de um terreno inclinado ou acidentado, *subsistem*, após as operações de transformação, em grande parte os êrros devidos às diferenças de nível dos diversos pontos do terreno representados na fotografia. Abstraimos por emquanto dos desnivelamento do terreno.

A primeira coisa a conseguir para obter uma planta do terreno fotografado é fazer com que a transformação do cliché tenha para todos os seus pontos que supomos constituirem a imagem de um terreno plano sôbre uma chapa inclinada, a escala que se tiver escolhido para a planta. Nasce dêste facto a necessidade de ampliar ou de reduzir o cliché, de maneira a levá-lo às dimensões daquela escala. Da circusntância de haver necessidade de fazer ampliações ou reduções das dimensões dos clichés resulta que pessoas desconhecedoras das bases científicas da fotogra-

metria confundem *transformação fotogramétrica* com simples ampliações ou reduções e *transformadores fotogramétricos* com ampliadores ou reductores fotográficos. Uma transformação ou restituïção fotogramétrica é um trabalho de fotogrametria rigorosa; a ampliação ou redução de um cliché é um trabalho de simples fotografia.

Suponhamos que a escala escolhida é $\frac{1}{n}$.

Se na Fig. 13[1] substituirmos H por $\frac{H}{n}$, o plano, paralelo ao do terreno e situado a uma distância da objectiva n vezes menor do que H, será o *plano da planta* a construir; e se revelarmos o negativo e o colocarmos rigorosamente na posição perspectiva, indicada na Fig. 13, obtermos, desde que o iluminemos convenientemente, uma projecção dêsse negativo sôbre um plano paralelo ao do terreno, que será a planta desejada na escala $\frac{1}{n}$.

É o que mostram, como vimos, as Figs. 15 (I, II, III)

Se o negativo se projectar sôbre papel fotográfico, colocado no plano da planta, obtermos uma fotografia da planta que utilisaremos para a construção de um *mosaico* ou para desenhar a planta em desenho topográfico. — Realizaríamos uma *transformação óptica fotográfica* para obter a planta do terreno fotografado.

Mas, em primeiro logar, será impossível, na quási totalidade dos casos, colocar o negativo em posição rigorosamente igual àquela em que se encontrava a chapa fotográfica na ocasião do instantâneo; em segundo logar, só por acaso a posição do plano da planta ficaria a uma distância da objectiva que correspondêsse à distância focal necessária para que a projecção do negativo ficasse bem focada e capaz de se utilizar na construção e desenho de uma planta topográfica.

Temos, portanto, de procurar outros meios de obter a transformação desejada.

Consideremos o paralelogramo da Fig. 13, *Ot TR*. Para que se mantenham as relações de perspectiva entre o terreno e a sua fotografia é indispensável, que os valores dos lados dêste paralelogramo se não alterem. O paralegramo pode deformar-se, mas os seus lados terão de ser, como se viu no n.º 2 desta Conferência, constantemente iguais, para o caso da escala $\frac{1}{n}$, respectivamente a

$$Ot = TR = f.\ cosec\ i \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

e a

$$OT = tR = \frac{H}{n}.\ cosec\ i \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

A Fig. 24 representa, em correspondência com a Fig. 13, o paralelogramo *Ot TR*. Apenas se alterou o valor *OT*, em que *H*, reduzido à escala da planta, passa a ser $\frac{H}{n}$ para nos definir o plano dessa planta.

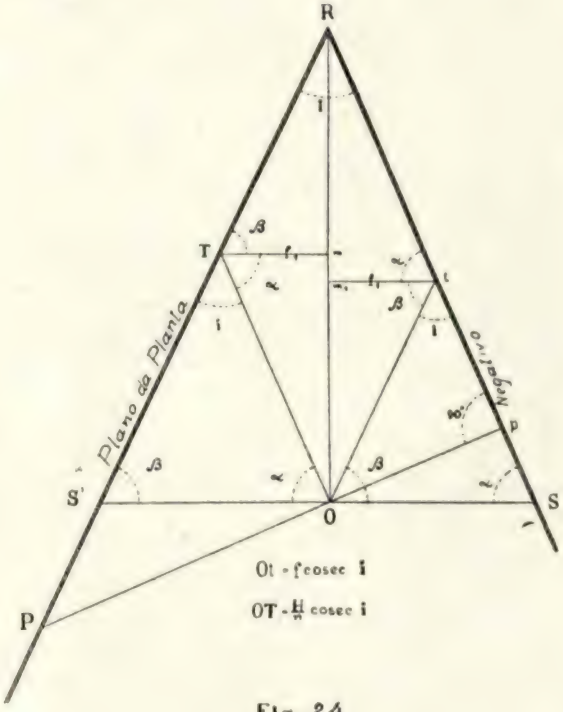


Fig. 24

Para não se destruirem as condições originais da perspectiva que se encontram representadas na Fig. 13, teremos de colocar o negativo perpendicular ao plano do paralelogramo e com o seu traço horizontal em coïncidência com *Rt*. O ponto principal *p* do negativo é determinado por

$$pt = f\ cot\ i \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

e *Rt S* é a linha principal do negativo.

O ponto *O* passa a ser o centro óptico da lente transformadora.

[1] Vid. o número 59 da Técnica.

Para manter a focagem dos dois planos conjugados e indicados um em relação ao outro, Rt e RT, o eixo óptico SOS' da lente transformadora tem de ficar no plano do paralelogramo em posição perpendicular a RO. Sabemos também pela geometria óptica que

$$\frac{1}{SO} + \frac{1}{S'O} = \frac{1}{f_1}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (25)$$

em que f_1 é a distância focal da lente transformadora.

Tirem-se por T e t perpendiculares a RO que serão, portanto, paralelas ao eixo óptico mencionado, e designem-se as inclinações do negativo e do plano da planta com êsse eixo óptico, por α e β respectivamente.

Temos, na Fig. 24:

$$\frac{1}{SO} + \frac{1}{S'O} = \frac{tg\,\alpha + tg\,\beta}{RO};$$

mas

$$RO = Rm + mO = Tm\,(tg\,\alpha + tg\,\beta)$$
$$= Rm_1 + m_1 O = t\,m_1\,(tg\,\alpha + tg\,\beta);$$

logo:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{Tm} = \frac{1}{m_1 t}.$$

e portanto,

$$f_1 = Tm = t\,m_1.$$

Por conseqüência o comprimento Tm (ou $m\,t_1$) deve fazer-se igual à distância focal da lente transformadora para conseguirmos a focagem rigorosa. Simultâneamente esta condição fixa a abertura do paralelogramo.

Podemos agora deduzir as fórmulas que nos permitam colocar o plano da planta e o negativo nas posições correspondentes a uma transformação rigorosa.

Do triângulo rectângulo $t\,m_1\,O$ tira-se.

$$f_1 = O\,t\cos\beta;$$

mas, Fig. 13,

$$O\,t = \frac{f}{sen\,i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

e, portanto,

$$\cos\beta = f_1 \frac{sen\,i}{f}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

que permite colocar na posição necessária, sob o ponto de vista da inclinação, o plano da planta.

Por outro lado o triângulo rectângulo $Tm\,O$. dá-nos em virtude de (3),

$$\cos\alpha = f_1 \frac{sen\,i}{\frac{H}{n}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (27)$$

que permite colocar o negativo correctamente sob o ponto de vista da inclinação.

Dos triângulos $t\,O\,S$ e $T\,O\,S'$ tira-se

$$OS = f\,sen\,(\alpha + \beta)\,cosec\,i\,cosec\,\alpha$$
$$= f_1 \frac{sen\,(\alpha + \beta)}{sen\,\alpha\,\cos\beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (28)$$

e

$$OS' = \frac{H}{n}\,sen\,(\alpha + \beta)\,cosec\,i\,cosec\,\beta$$
$$= f_1 \frac{sen\,(\alpha + \beta)}{\cos\alpha\,sen\,\beta}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (29)$$

expressões que nos permitem colocar o plano da planta e o negativo a distâncias correctas.

A excentricidade do ponto principal do negativo é dada pela seguinte expressão

$$pS = St - pt$$
$$= f.\,cosec\,i.\,\frac{sen\,\beta}{sen\,\alpha} - f\,cot\,i =$$
$$= f\,cosec\,i\,(sen\,\beta\,cosec\,\alpha - \cos i) \quad \ldots\ldots (30$$

Com as fórmulas (25) a (30), que são o resultado da análise que acabamos de fazer do problema fotogramétrico da transformação óptica das fotografias em plantas do terreno fotografado, podem construir-se vários modelos de *transformadores*[1] automáticos e semi-automáticos. Descreveremos em conferências seguintes

[1] Os franceses dão ao aparelho *transformador* o nome de *redresseur*, alemães o de *Entzerrungsgerät*.

alguns dêstes modelos e teremos então ocasião de aplicar esta análise aos transformadores que melhores resultados práticos têm dado.

Por agora basta o que deixamos dito, completado com a exposição de uma lição de *O. v.* Gruber sôbre êste assunto, que damos em apêndice, para podermos caminhar mais seguros no modesto estudo que nos propuzemos fazer da matéria fotogramétrica.

1.º Apêndice à 2.ª Conferência

1. — **Razão de Ordem** — No que dissemos acompanhamos mais ou menos os autores inglêses e, entre êles, principalmente Gordon e Hotine. Julgamos, porém, conveniente apresentar a exposição de *O. v.* Gruber que muito esclarece o assunto desta 2.ª conferência e que permitirá entrar desde já no campo das realizações práticas e preparar o caminho para a descrição dos instrumentos de transformação automática [1].

2. — **Diagramas e definições.** — Para não introduzir confusão, conservamos o nosso diagrama fundamental, Fig. 13, e as definições que demos. Apenas observaremos que aos dois pontos j e J, a que, com os autores inglêses, demos o nome de *isocentros*, chama *v.* Gruler *pontos focais conjugados.* Os franceses dão-lhes o nome, assim como a k e K, de *centros de homologia.*

3. — **Coordenadas fotográficas.** — Faz *v.* Gruber a dedução das fórmulas das coordenadas dos pontos homológicos (ponto do terreno e seu correspondente na fotografia) e chega às nossas fórmulas (8), (9) e (10), ainda que chamando x ao que nós chamamos y e pondo $\frac{1}{sen\ i}$ em vez de *cosec i.* Apresenta seguidamente uma interessante transformação de coordenadas, que mostra a correspondência dos pontos do terreno e da fotografia, em qualquer sistema de coordenadas planas. Adaptando a dedução à nossa notação, temos, Fig. 25, dois sistemas quaisquer de coordenados X_I Y_I e x_I y_I com os centros Q e Q' respectivamente nos dois planos. Os eixos com origem nos isocentros J e j são os das coordenadas das fórmulas que acabamos de citar. Sejam X_J e Y_J as coordenadas de J em relação ao sistema Q e x_j e y_j as coordenadas de j em relação ao sistema Q'. Imagine-se que

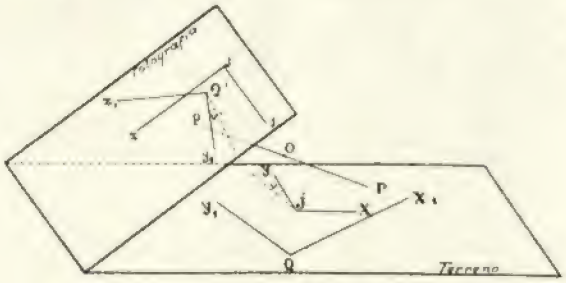


Fig. 25

os dois sistemas Q e Q' giraram, em relação aos anteriores J e j, dos ângulos v e v'. Temos

$$\left.\begin{aligned} y &= y_1 \cos v' - x_1 \operatorname{sen} v' + y_j \\ x &= x_1 \cos v' + y_1 \operatorname{sen} v' + x_j \\ \text{e} \qquad & \\ Y_I &= Y \cos v - X \operatorname{sen} v + Y_J \\ X_I &= X \cos v + Y \operatorname{sen} v + X_J \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots(31)$$

As fórmulas (9) e (10) subsistem, e obtem-se, por substituïção, as duas equações

$$\left.\begin{aligned} Y_I &= \frac{a_1 y_1 + b_1 x_1 + c_1}{a_o y_1 + b_o x_1 + 1} \\ X_I &= \frac{a_2 y_1 + b_2 x_1 + c_2}{a_o y_1 + b_o x_1 + 1}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots(32)$$

em que os factores a_o, b_o, c_o, a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 são expressos em função dos senos e cosenos de v, v' e $v + v'$; de X_J, Y_J, x_j, y_j; e de f *cosec i* e H *cosec i*, como é fácil verificar.

4. — **Fórmulas de ligação entre a fotografia e o terreno.** — Dedus *v.* Gruber várias propriedades, chegando a fórmulas e a conclusões de grande importância sob o ponto de vista das aplicações práticas. As primeiras são as que estabelecemos no n.º 10 desta 2.ª conferência.

São elas as seguintes:

A. 1 — Os raios tirados dos isocentros J e j para diversos pares de pontos homólogos (no terreno e na fotografia) formam sempre o mesmo ângulo, isto é, os ângulos cujo vértice é o isocentro não se deformam na projecção-prespectiva do centro O, Fig. 13.

[1] O. v. Gruber. Obra cit.

Chamando α ao ângulo que a direcção dos eixos dos $y\,y$ formam com o raio $B_1\,J$ e α' ao ângulo correspondente na fotografia, temos, Fig. 13,

$$tg\,\alpha = \frac{X}{Y} \text{ e } tg\,\alpha' = \frac{x}{y}$$

e, portanto,

$$\alpha = \alpha'$$

em conseqüência de (10) que se pode escrever

$$\frac{\frac{X}{Y}}{\frac{x}{y}} = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

A. 2 — Os ângulos de direcção com vértice em T, Fig. 13, são independentes de x.

De facto, pela figura, temos

$$tg\,\beta = \frac{B\,T}{Y}$$

Por outro lado temos

$$tg\,\beta' = \frac{f\ cosec\ i}{y}$$

A. 3 — Os ângulos de direcção com vértice em N são independentes de H.

A Fig. 13 dá-nos

$$tg\,\gamma = \frac{X + H\,.\,tg\frac{i}{2}}{Y};$$

mas fazendo as substituïções necessárias, temos

$$tg\,\gamma = \frac{x + (f\ cosec\ i - x)\ tg\frac{i}{2}\ sen\ i}{y} =$$

$$= \frac{f\ tg\frac{i}{2} - x\ cos\ i}{y}$$

A. 4 — Suponhamos que temos um ponto A qualquer de uma fotografia e que conhecemos o seu homólogo A_0 do terreno; suponhamos que com origem em A se tiram na fotografia um número qualquer de direcções: — podemos sempre determinar no terreno (horizontal e plano) e, portanto, na planta, as direcções correspondentes, se conhecemos *pelo menos* outros três pares de pontos (quatro pares de pontos — pelo menos, conseqüentemente), sendo porém necessário que a origem referida não esteja em linha recta com dois destes pontos. É o caso das *relações anharmónicas.*

5. — *Coordenadas e direcções em casos especiais.*

B. 1 — Para $i = 0$, isto é ,para chapas fotográficas impressionadas na posição horizontal, temos pelas fórmulas (8) e (9) desta conferência:

$$X = \frac{x.\ H\ cosec\ i}{f\ cosec\ i - x} = \frac{x\,.\,H}{f - \frac{x}{cosec\ i}} = \frac{x\,.\,H}{f}$$

$$Y = \frac{y\,.\,H\ cosec\ i}{f\ cosec\ i - x} = \frac{y\,.\,H}{f}$$

e

$$\alpha = \gamma.$$

Neste caso, como sábemos, a imagem da fotografia é igual à imagem do terreno.

B. 2 — Para $i = \frac{\pi}{2}$ temos

$$X = \frac{x\,.\,H}{B\,T}$$

$$Y = \frac{y\,.\,H}{B\,T}$$

e

$$tg\,\beta = tg\,\gamma = \frac{f}{y}.$$

6. — *Determinação dos elementos de orientação para a posição perspectiva do terreno e da fotografia.*

C. 1 — O terreno e a sua fotografia podem ter um número infinito de posições perspectivas. Com efeito, a posição perspectiva dos dois planos, terreno e fotografia, sòmente se pode restituir com elementos de orientação tais que satisfaçam as equações (8), (9) e (10) e desde que se conheçam os pares de coordenadas X, Y e x, y.

Sendo variáveis os valores H, f, i, isto só se dará, como vimos, quando fôr

$$H\ cosec\ i = \text{constante}$$

e

$$f \operatorname{cosec} i = \text{constante}$$

Havendo apenas duas equações entre as três variáveis, poderemos sempre atribuir a qualquer delas os valores que quizermos e teremos, portanto, um número infinito de possibilidades de satisfazer aquelas equações.

C. 2 — Considerada, porém, uma fotografia, tirada a uma altura H, e o terreno fotografado, as perspectivas possíveis só poderiam obter-se com as variações de i, pois que H e f seriam constantes e seria invariável a posição do centro de prespectiva O, equidistante dos pontos de fuga T e t, Fig. 13.

C. 3 — Os elementos de orientação para a prespectiva de uma fotografia e do terreno fotografado ficam sempre determinados por quatro pares de pontos homológicos da fotografia e do terreno. Com efeito as relações entre as coordenadas dêstes pares de pontos são determinadas pelas equações (32) que contêm *oito* valores constantes. E como de cada par de pontos se deduzem duas equações, bastam quatro pares de pontos para a determinação dos oito constantes.

Como dissemos, fácil é verificar que nas equações (32) temos:

$$\left|\begin{aligned}
a_0 &= -\frac{\operatorname{sen} v'}{f \operatorname{cosec} i - x_j};\\
b_0 &= -\frac{\cos v'}{f \operatorname{cosec} i - x_j};\\
a_1 &= +\frac{H \operatorname{cosec} i \cos (v+v') - Y_j \operatorname{sen} v'}{f \operatorname{cosec} i - x_j};\\
a_2 &= +\frac{H \operatorname{cosec} i \operatorname{sen} (v+v') - X_j \operatorname{sen} v'}{f \operatorname{cosec} i - x_j};\\
b_1 &= -\frac{H \operatorname{cosec} i \operatorname{sen} (v+v') + Y_j \cos v'}{f \operatorname{cosec} i - x_j};\\
b_2 &= +\frac{H \operatorname{cosec} i \cos (v+v') - X_j \cos v'}{f \operatorname{cosec} i - x_j};\\
c_1 &= +\frac{H \operatorname{cosec} i\,(y_j \cos v - x_j \operatorname{sen} v)}{f \operatorname{cosec} i - x_j} + Y_j;\\
c_2 &= +\frac{H \operatorname{cosec} i\,(x_j \cos v + y_j \operatorname{sen} v)}{f \operatorname{cosec} i - x_j} + X_j.
\end{aligned}\right.$$

Destas equações tira-se:

$$\operatorname{tg} v' = \frac{a_0}{b_0}; \quad f \operatorname{cosec} i - x_j = -\frac{\operatorname{sen} v'}{a_0} =$$

$$= -\frac{\cos v'}{b_0} = \frac{1}{\sqrt{a_0^2 + b_0^2}}.$$

Das equações correspondentes a a_1, b_1, a_2, b_2 deduz-se:

$$Y_j = \frac{a_0 (a_1 - b_2) + b_0 (a_2 + b_1)}{a_0^2 + b_0^2};$$

$$X_j = \frac{a_0 (a_2 + b_2) - b_0 (a_1 + b_2)}{a_0^2 + b_0^2};$$

$$\operatorname{tg} (v+v') = \frac{a_0 (b_0 a_1 - a_0 b_1) - b_0 (a_0 b_2 - b_0 a_2)}{b_0 (b_0 a_1 - a_0 b_1) + a_0 (a_0 b_2 - b_0 a_2)};$$

$$H \operatorname{cosec} i = \frac{a_0 (b_0 a_1 - a_0 b_1) - b_0 (a_0 b_2 - b_0 a_2)}{\operatorname{sen} (v+v')} \times$$

$$\times (f \operatorname{cosec} i - x_j)^2 =$$

$$= \frac{b_0 (b_0 a_1 - a_0 b_1) + a_0 (a_0 b_2 - b_0 a_2)}{\cos (v+v')} \times$$

$$\times (f \operatorname{cosec} i - x_j)^2.$$

Das equações correspondentes a c_1 e c_2 tira-se:

$$y_j = [\,(c_1 - Y_j) \cos v +$$

$$+ (c_2 - X_j) \operatorname{sen} v]\,\frac{f \operatorname{cosec} i - x_j}{H \operatorname{cosec} i};$$

$$x_j = [\,(c_2 - X_j) \cos v -$$

$$- (c_1 - Y_j) \operatorname{sen} v]\,\frac{f \operatorname{cosec} i - x_j}{H \operatorname{cosec} i}.$$

Destas últimas equações tira-se o valor de $f \operatorname{cosec} i$.

Como elementos de orientação para a posição perspectiva que desejamos determinar, teremos de achar os valores de x_j, y_j, X_j, Y_j, v, v', $f \operatorname{cosec} i$, $H \operatorname{cosec} i$.

Se não conhecermos as condições em que tiramos a fotografia serão desconhecidos os

elementos H, f, i. Conhecida a posição do ponto principal p, Fig. 13, temos

$$\cos i = \frac{p\,t}{f}$$

sendo

$$f = O\,t \operatorname{sen} i.$$

Os oito elementos de orientação dividem-se em três grupos: um para o plano da fotografia, outra para o plano do terreno, determinando estes dois primeiros grupos, respectivamente, o ponto imagem fotográfica e o ponto do terreno que produziu essa imagem; o terceiro grupo dá-nos as posições possíveis do centro de projecção O em relação àqueles dois pontos.

C. 4. — Do que fica dito conclue-se que, dada uma fotografia se pode deduzir por projecção uma figura que represente em planta o terreno plano e horizontal fotografado, desde que se conheçam cinco elementos de orientação.

Estes elementos são na fotografia x, y, v' e no que respeita à posição do centro de projecção

$$f \operatorname{cosec} i \text{ e } H \operatorname{cosec} i.$$

Para determinar os elementos referidos é necessário, como já sabemos, que se possa estabelecer a identificação entre quatro pontos da fotografia e quatro pontos geodèsicamente fixados no terreno fotografado.

7. *Aplicações práticas.*

Os métodos de triangulações gráficas, baseados em aerofotogramos, que noutras conferências descreveremos, fundam-se nas propriedades deduzidas em *A. 1*, *A. 2* e *A. 3*.

A. 2 e *B. 2* servem de fundamento à construção de instrumentos que v. Gruber denomina perspectógrafos simples e duplos (entre os quais o estereoautógrafo Zeiss).

Em *A. 4* e *C. 3* encontramos a base do processo dos quatro pontos, que apresentaremos na 3.ª conferencia.

A proposição *C. 1* fornece-nos a possibilidade de escolher, entre o número infinito de posições perspectivas, a posição em que a imagem fotográfica se projecte nìtidamente sôbre o plano da planta mediante uma objectiva dada.

É nesta propriedade que se baseia a construção dos *transformadores fotogramétricos.*

Se, de facto, colocarmos uma objectiva no ponto O, Fig. 13, e dermos seguidamente, por meio de uma construção mecânica, ao paralelogramo $O\,t\,T\,R$ a posição mais própria, fazendo variar a inclinação i e a distância da objectiva ao plano de projecção e ao plano da fotografia, obteremos entre o número infinito da perspectiva aquela que corresponde a uma focagem rigorosa, isto é, aquela que nos dá a imagem nítida do ponto que desejamos representar em planta.

Mostra-nos a proposição *C. 3* a possibilidade de conseguirmos a posição perspectiva desejada à custa das variações de i. — Quer dizer: teremos de encontrar o paralelogramo correspondente às três condições em que foi tirada a fotografia, altura do vôo, distância focal e inclinação da chapa, o que conseguiremos variando nos aparelhos de transformação fotogramétrica a inclinação do plano de projecção. Depois de conseguirmos isto, ou a focagem se fez simultânea e automàticamente (transformador Zeiss) ou teremos de a conseguir pelo afastamento ou aproximação da objectiva do plano de projecção.

¿Como se consegue tudo isto? Evidentemente e essencialmente pelo postolado anunciado em em *C. 3*, que estabelece a determimação geodésica de um mininimo de quatro pontos no terreno e a sua identificação na fotografia, como condição essencial para da chapa fotográfica se poder tirar a planta do terreno.

Estes pontos marcam-se na escala da planta, por meio das suas coordenadas, sôbre uma fôlha de papel que se coloca na mesa de projecção, cujo plano é o da planta, e tôdas as condições de transformação estarão satisfeitas, como se viu gràficamente e analìticamente, desde que os pontos correspondentes da projecção da fotografia coïncidam rigorosamente com êles.

Vem finalmente a proposição *C. 4* indicar-nos as maneiras de utilizar a teoria definida por *C. 1*, *C. 2* e *C. 3* para se projectar um quadrilatro da fotografia sôbre o quadrilatero do terreno (traçado na escala da planta) por meio de um aparelho mecânico de transformação, isto é, o *grau de liberdade de um transformador.*

Veremos, quando tratarmos da descrição dos

transformadores fotogramétricos, como estas proposições têm sido aplicadas.

2.º Apêndice à 2.ª Conferência

Em apêndice à 1.ª Conferência dissemos das fórmulas de tolerância em fotogrametria, limitando-nos então a considerar os êrros que se praticam em planimetria fotogramétrica e a prometer que noutra conferência trataríamos da tolerância dos êrros em altimetria. Êste assunto só pode ser analizado a fundo depois de termos apresentado as bases científicas, em que assenta a estereofotogrametria; mas convém dizer desde já alguma causa a êste respeito, para se ficar com a certeza de que podemos obter por processos fotogramétricos uma carta que nos dê, não só a planimetria mas também a altimetria, com rigor, pelo menos, igual ao dos processos clássicos.

Necessário é, porém, fazer algumas considerações de carácter geral, antes de indicarmos o rigor que se pode obter em altimetria fotogramétrica.

* * *

O processo topográfico de representar o relevo do terreno por meio de curvas de nível assenta, por via de regra, sôbre um nivelamento trigonométrico. Há quem aconselhe que para as grandes escalas se faça assentar o traçado das curvas de nível sôbre um nivelamento geométrico. A não ser em casos excepcionais, não me parece que êste procedimento seja de recomendar. Todos sabemos o que se pretende de uma carta com curvas de nível, quer sob o ponto de vista da engenharia que sob o ponto de vista militar.

Se os trabalhos de engenharia exigem um nivelamento e um traçado ou estabelecimento de perfis com rigor superior ao que nos pode ser dado pelos pontos cotados e pelas curvas de nível, que na carta figuram, ter-se-há forçosamente de executar um nivelamento de precisão ou de alta precisão sôbre o terreno. Disporá então o engenheiro de dois trabalhos de natureza diversa e que se completam sem se confundirem. Aconselharia mesmo que nestes casos o levantamento se limitasse à planimetria e que sôbre o desenho planimétrico se lançassem ou sobreposessem as linhas longitudinais e transversais do nivelamento de precisão. — Sobrepor os dois trabalhos — o de nivelamento trigonométrico com curvas de nível, e o de nivelamento geométrico por alinhamentos, seria originar confusões resultantes da falta de coincidência das cotas dos mesmos pontos, determinadas com rigor diverso.

Vejamos como, a meu ver, se deveria proceder no caso de um levantamento topográfico, pelos processos clássicos, de uma carta nas escalas $\frac{1}{2000}$, $\frac{1}{2500}$ ou $\frac{1}{5000}$ com curvas de nível equidistantes de 2 metros. O terreno deveria estar *preparado* pelos serviços geodésicos com uma triangulação rigorosa, cujos menores lados tivessem de comprimento entre 5 a 6 quilómetros e não acusassem erros médios quadráticos superiores a $\pm \frac{L}{100.000}$, sendo L o valor do lado. As altitudes dos vértices desta triangulação deveriam calcular-se com um *e. m. q.* inferior a $0,^{m}05$. Para obter êste rigor seria necessário: *a)* executar um nivelamento geométrico para se dispor de uma comprovação segura; *b)* fazer uma determinação cuidadosa, por zonas de 200a 800 quilómetros quadrados, dos coeficientes de refracção e uma análise completa das suas variações diurnas e mensais em cada zona; *c)* lançar mão o mais possível das observações zenitais simultâneas.

Se se quiser exigir rigor nos levantamentos em grandes escalas terá de se proceder a triangulações e a nivelamentos geodésicos com estas caraterísticas. De facto, não faz sentido fixar um rigor de $\pm\ 0,^{m}20$ na determinação da cota de um ponto isolado do terreno, quando as altitudes dos pontos fundamentais estão determinadas com erros que variam de $0,^{m}40$ a $1,^{m}00$.

É sabido que muitos países, a Itália por exemplo, puzeram de parte todos os trabalhos de compensação das triangulações e nivelamentos geodésicos, que se destinam a fins cadastrais. A meu ver foi um êrro: — os serviços geodésicos devem proceder a essas compensações para fornecerem aos topógrafos elementos em que possam ter absoluta confiança.

Será desta triangulação base que o topógrafo terá de partir para determinar o número de pontos geodésico-topográficos necessários para apoiar o seu levantamento. E, antes de mais, é

conveniente observar que não deve êsse topógrafo tornar inútil o tempo empregado e as despesas feitas com trabalho geodésico de tanta precisão: — devem as «instruções» para a execução dos cadastros e os *cadernos de encargos* evitar que tal facto se dê. É porém indispensável para isto que os serviços geodésicos forneçam aos topógrafos as coordenadas e as altitudes dos pontos trignométricos com a indicação dos erros médios da sua determinação.

A triangulação base será desdobrada pelo topógrafo, de modo que os últimos triângulos tenham lados compreendidos entre 1000 e 2000 metros com erros de inferiores a $\pm \frac{L}{8000}$, sendo L o valor do lado. Todos os seus vértices devem ser cotados, com erros inferiores a $\pm 0^m,10$. Entram nesta categoria de precisão os pontos de apoio de que o levantamento feito à prancheta, com o teodólito ou com o taqueómetro carecerem, além dos fornecidos pelas triangulações pròpriamente ditas.

Quanto às poligonações teremos de nos manter, no que respeita à planimetria, dentro dos erros de fechos lineares e angulares expressos pelas seguintes fórmulas de tolerância, que serão empregados conforme o maior ou menor rigor a exijir:

Erros angulares de fecho:

$$\left.\begin{array}{l} t=\sqrt{n} \\ t=1{,}5\sqrt{n} \\ t=2\sqrt{n} \end{array}\right\} \text{minutos sexagesimais}$$

ou

$$\left.\begin{array}{l} t=2\sqrt{n} \\ t=3\sqrt{n} \\ t=4\sqrt{n} \end{array}\right\} \text{minutos centesimais}$$

Erros lineares de fecho:

$t=0{,}01\sqrt{4P+0{,}0050P^2}$, medições com um longímetro em terreno fácil,

$t=0{,}01\sqrt{6P+0{,}0075P^2}$, medições com um longímetro em terreno ondulado,

$t=0{,}01\sqrt{8P+0{,}0100P^2}$, medições com um longímetro em terreno difícil;

ou

$$t=0{,}015\sqrt{P}+0{,}0008P+0{,}1\sqrt{n-1}$$

$$t=0{,}020\sqrt{P}+0{,}0008P+0{,}1\sqrt{n-1}$$

$$t=0{,}025\sqrt{P}+0{,}0008P+0{,}1\sqrt{n-1},$$

medições com um longímetro em terreno fácil, ondulado e difícil, respectivamente;

ou

$$t=0{,}04\sqrt{P}$$

$$t=0{,}06\sqrt{P}$$

$$t=0{,}08\sqrt{P}$$

medições com um distanciómetro em qualquer terreno.

Nestas fórmulas, n representa o número de vértices da poligonal e P a soma dos seus lados.

*

* *

Determinados com o rigor indicado, todos os pontos de apoio, o traçado das curvas de nível dependerá das posições e das cotas dêsses pontos e das de muitos outros, que serão determinadas por meio do eclímetro da prancheta, ou de um teodolito ou taqueómetro, e também, se em certas circunstâncias se julgar conveniente, por meio de um nível. O rigor com que se devem determinar estes pontos auxiliares para o traçado das curvas de nível ainda terá de ser grande: — em planimetria erros inferiores a $\pm 0^m,30$; em altimetria erros inferiores a $\pm 0^m,25$.

É conveniente antes de fazer o traçado das curvas de nível, para o caso da equidistância de 2 metros, arredondar tôdas as cotas a que temos feito referência, de modo que os números que as indicam terminem em 0 ou 5 centímetros.

Quando uma curva de nível passa sôbre pontos cotados, da natureza de qualquer daqueles a que fizemos referência nesta análise, deverá ela considerar-se exacta nesses pontos, dentro dos limites de tolerância que indicamos;

mas para os outros pontos da curva de nível esta exactidão deixa de existir em vista dos métodos que empregamos para a traçar.

Temos, portanto, necessidade de fixar uma última tolerância, aquela que nos marca o rigor de uma curva de nível *no seu conjunto.*

O êrro médio de uma curva de nível exprime-se pela fórmula

$$e_h = \pm (c_1 + c_2 \, tg \, \alpha),$$

em que e_h representa o êrro médio em altura, α a inclinação do terreno é c_1, c_2 duas constantes a determinar para cada caso especial.

Jordan fixa para as escalas $\frac{1}{2000}$, $\frac{1}{2500}$ e $\frac{1}{5000}$ e para equidistâncias de 2 a 5 metros o seguinte êrro médio altimétrico em levantamentos feitos com o taqueómetro

$$e_h = \pm (0{,}5 + 5 \, tg \, \alpha) \text{ metros.}$$

Certo é, porém, que tenho conhecimento de trabalhos, em que os êrros médios altimétricos ficam bastante, àquem do fixado por Jordan.

Escala $\frac{1}{10.000}$	$\pm (0{,}4 + 3{,}8 \, tg \, \alpha)$ $\pm (0{,}6 + 4{,}4 \, tg \, \alpha)$ $\pm (0{,}2 + 5 \, tg \, \alpha)$	Prancheta
» $\frac{1}{5.000}$	$\pm (0{,}2 + 1{,}4 \, tg \, \alpha)$ $\pm (0{,}4 + 5 \, tg \, \alpha)$	
» $\frac{1}{2.500}$	$\pm (0{,}2 + 3{,}1 \, tg \, \alpha)$ $\pm (0{,}1 + 2{,}5 \, tg \, \alpha)$	Taqueómetro.

As equidistâncias variavam com estas três escalas e foram respectivamente, 5 metros, 2 ½ metros e 1,25 metros.

Não quer isto dizer que se possa apresentar como limites de tolerância estes erros médios. Êrro médio é uma cousa e tolerância de erros outra inteiramente diferente.

Julgo, que num levantamento rigoroso na escala $\frac{1}{2000}$ e com curvas de nível equidistantes de dois metros se não devem fixar tolerâncias inferiores a

$$t = \pm (0{,}40 + 5 \, tg \, \alpha) \text{ metros}$$

para os erros de uma curva de nível no seu conjunto.

*

* *

Se passarmos agora à determinação das curvas de nível pelos processos esterofotogramétricos, devo confessar que não possuo ainda os elementos necessários para deduzir uma fórmula de tolerância para os erros praticados nessa determinação.

Em Portugal nenhuns trabalhos dêste género se têm feito até hoje. Mas as informações colhidas de trabalhos executados no estrangeiro e o estudo que tenho feito de diversos instrumentos de auto restituïção estereoscópica, levam-me a conjecturar, com fortes probabilidades de me não iludir, que se pode adoptar para os erros das curvas estereofotogramétricas uma tolerância mais apertada, para o caso especial do levantamento que consideramos, do que aquela que acabamos de apresentar para curvas de nível determinadas pelos processos clássicos.

O engenheiro Max Zeller, no estudo muito completo que faz do estereoautógrafo de H. Wild, apresenta as seguintes fórmulas de precisão na determinação das curvas de nível com o mencionado aparelho:

$$e_h \, (máx.) = 0{,}^m000125 \times \frac{H^2}{B}$$

$$e_h \, (mín.) = 0{,}^m000080 \times \frac{H^2}{B},$$

sendo H a altura do vôo e B a base área.

As fotografias para uma restituïção no autografo Wild, na escala $\frac{1}{2000}$ com curvas de nível de 2 em 2 metros, devem ser tiradas à altura máxima, sôbre o terreno, de 1.200 metros e com uma base aérea que não exceda 360 metros. Para esta hipótese teriamos:

$$e_h \, (min.) = 0{,}^m32$$

$$e_h \, (max.) = 0{,}^m50$$

Resultados idênticos e mesmo mais rigorosos se afirma terem sido obtidos com o estereoplanigrafo Zeiss e com o aereo-cartografo de Hugershoff.

Experiências cuidadosas levadas a cabo por estações oficiais, têm, de facto, estabelecido erros médios altimétricos expressos da maneira seguinte

Aero-cartógrafo..... $+ 0,^{m}34$,

sendo

$$H = 1000^{m}, \text{ Esc. } \frac{1}{5000};$$

Stereo-planigrafo..... $+ (0,^{m}30 + 35 \, tg \, \alpha)^{m}$ para a mesma altura e escala.

Julgo poder propor que provisòriamente se adopte a seguinte fórmula de tolerância em altimetria fotogramétrica para a escala $\frac{1}{2000}$, considerando uma altura vôo de não superior de 1.200 metros acima do terreno:

$$t = + (0,30 + 4 \, tg \, \alpha)^{m}.$$

Para escalas menores, dada a mesma equidistância e para equidistâncias maiores, e conseqüentemente para maiores alturas de vôo, esta tolerância tem de aumentar consideràvelmente.

Vemos pois que, no caso que escolhemos para nos servir de base à nossa análise, é muito provável que se possa obter uma precisão idêntica à fornecida pelos processos clássicos na determinação dos pontos do terreno que guiam o traçado das curvas de nível.

Quanto à execução deste traçado não tenho a menor dúvida sôbre a enorme superioridade dos processos estereofotogramétricos. Uma curva de nível traçada pelos processos clássicos não se pode considerar exacta nos segmentos desta curva compreendidos entre dois pontos cotados. Seria pois necessário um número infinito de pontos para obter essa exactidão.

■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■

Visita de estudo dos alunos do último ano do Curso de Engenharia Civil

(Continuado do número anterior)

Visita à Cidade Universitária

Por Mascarenhas Gaivão

Na segunda feira, 9, foi a nossa tarde dedicada à cidade Universitária, vasta e grandiosa construção que tem por fim reünir, num centro único, todos os estudos universitários, cursados em Madrid. (As escolas especiais não fazem parte da cidade).

A construção, que abrange uma área de 360 hectares, junto a Madrid, é feita por edifícios independentes, ou pavilhões para as diversas faculdades, alguns dos quais se encontram num estado de adiantamento tal, que lá se realizam já os estudos correspondentes, como a Faculdade de Filosofia e Letras, encontrando-se outras em plena construção, como as Faculdades de Medicina (com 240 m. de fachada), Farmácia, Odontologia e Ciências e as escolas de Arquitectura e Agronomia e Hospital Clínico.

Sob o ponto de vista de construção, os diversos edifícios são constituídos por uma ossatura, pavimentos de beton armado [1], sendo os nembos preenchidos a tijolo. Tem êste sistema de construir, como é sabido — e entre outras — a vantagem de diminuir muito a quantidade de pedra a empregar (pela ausência de paredes de alvenaria) o que é deveras importante em Madrid, para onde a boa pedra de construção tem de ir buscar-se a mais de 50 km; por isso, e ao contrário do nosso país, onde a boa pedra abunda, é tão grande a percentagem de casas construídas em tijolo, e das mais luxuosas.

É muito interessante a construção, de modêlos reduzidos, sôbre os quais são estudadas as propriedades e futuro comportamento das obras a ensaiar. Com êsse fim foi construída, na cidade

[1] O apiloamento é feito por vibradores trabalhando a «ar comprimido».

universitária, uma cúpula abatida, modêlo reduzido de outra projectada.

Também a escola de engenharia civil de Madrid (Escuela Especial de Caminos, Canales e Puertos), liga grande importância a êste género de trabalhos, como o mostra o relatório da visita que lá fizemos. Do estudo dêstes modêlos resultam por vezes modificações importantes nos projectos iniciais, pela verificação de esforços impossíveis de prever em estudos teóricos.

Não quero também deixar de falar na casa dos estudantes, onde vivem já cêrca de 300 rapazes, dispondo de biblioteca, salas de estudo, salas de conferências, cinema sonoro, restaurant, bufete, campo de jogos e corridas, piscina... emfim, de todos aqueles requisitos necessários, para que os futuros diplomados pelas escolas superiores madrilenses, estejam não só aptos intelectualmente, para o desempenho da sua profissão, como também tenham rigor físico, que, muitas vezes, o exercício da profissão exige.

Parece-me útil salientar, num país como o nosso, onde tantas vezes se fala na impossibilidade de construir casas de estudantes «porque os rapazes estragariam tudo», que, na casa de estudantes, de Madrid, com qualidades rácicas tão semelhantes às nossas, tudo se encontra no mais completo asseio e verdadeiramente novo, embora ela já funcione há quatro anos.

Grandes jardins, matas, passeios e avenidas [1], circundam estas belíssimas construções, cuja custo total foi orçado em 350 milhões de pesetas, isto é, mais de um milhão de contos e cuja principal fonte de receita é actualmente derivada da lotaria que, anualmente, é feita a seu favor.

[1] A melhor pista de automóveis fica dentro da cidade

■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■

Túnel do Enlace Ferroviário de Madrid

POR

Alberto Reis Faria

Após a visita à Cidade Universitária, seguiu-se a do Túnel do Enlace de Madrid cuja construção também está sendo feita pela C.ie Agroman.

Vamos dizer a traços gerais em que consiste o Enlace Ferroviário de Madrid.

A capital espanhola, centro geográfico e político do país, tornou-se naturalmente, o ponto de convergência de tôdas as grandes linhas de Caminho de Ferro. Em face dum mapa de Espanha, nota-se imediatamente essa convergência, sendo as estações do Norte, Atocha e Delicias, as testas de um dos feixes de linhas, respectivamente do Norte, Oeste e Sul.

Por sua vez Madrid, centro de atracção dos Caminhos de Ferro Espanhois, com as estações acima mencionadas em pontos diametralmente opostos, estendendo-se quási tôda a cidade madrilena de Atocha à estação do Norte, torna-se a barreira que separa as linhas do Norte das do Sul, cortando-lhes a necessária continuïdade. Com o fim de resolver o problema de dar àquelas linhas a continuïdade desejada, foi nomeada uma Comissão da qual faziam parte as Companhias do Norte e M. Z. A., particularmente interessadas, pois eram estas que se procuravam ligar.

Dessa Comissão partiu a idea do projecto actualmente em execução.

Propôs-se então, resumidamente, o seguinte:

Fazer uma ligação parte em túnel, parte a céu aberto, que, partindo de Atocha, segue aproximadamente a directriz Prado-Recoletos-Castellana e depois por Chamartin e Fuencarral liga com a linha Madrid-Hendaya, cerce da estação de Las Matas, onde existe já uma estação de classificação.

Propunha, também, além da construção de algumas linhas novas e electrificação de outras já existentes, a construção da linha Madrid-Burgos, para a qual foi recentemente votada verba pelo govêrno espanhol. Com a construção desta linha ficaria encurtada e tornar-se-ia possível a ligação directa Lisboa-Paris por Madrid, de

grande vantagem para o nosso país, especialmente para o pôrto de Lisboa, sem prejuízo de ligação, via Salamanca, a-pesar-de tudo muito mais rápida.

Efectuadas estas ligações, proceder-se-á à execução duma grande Estação Central a construir em Recoletos entre Cibeles e Colón.

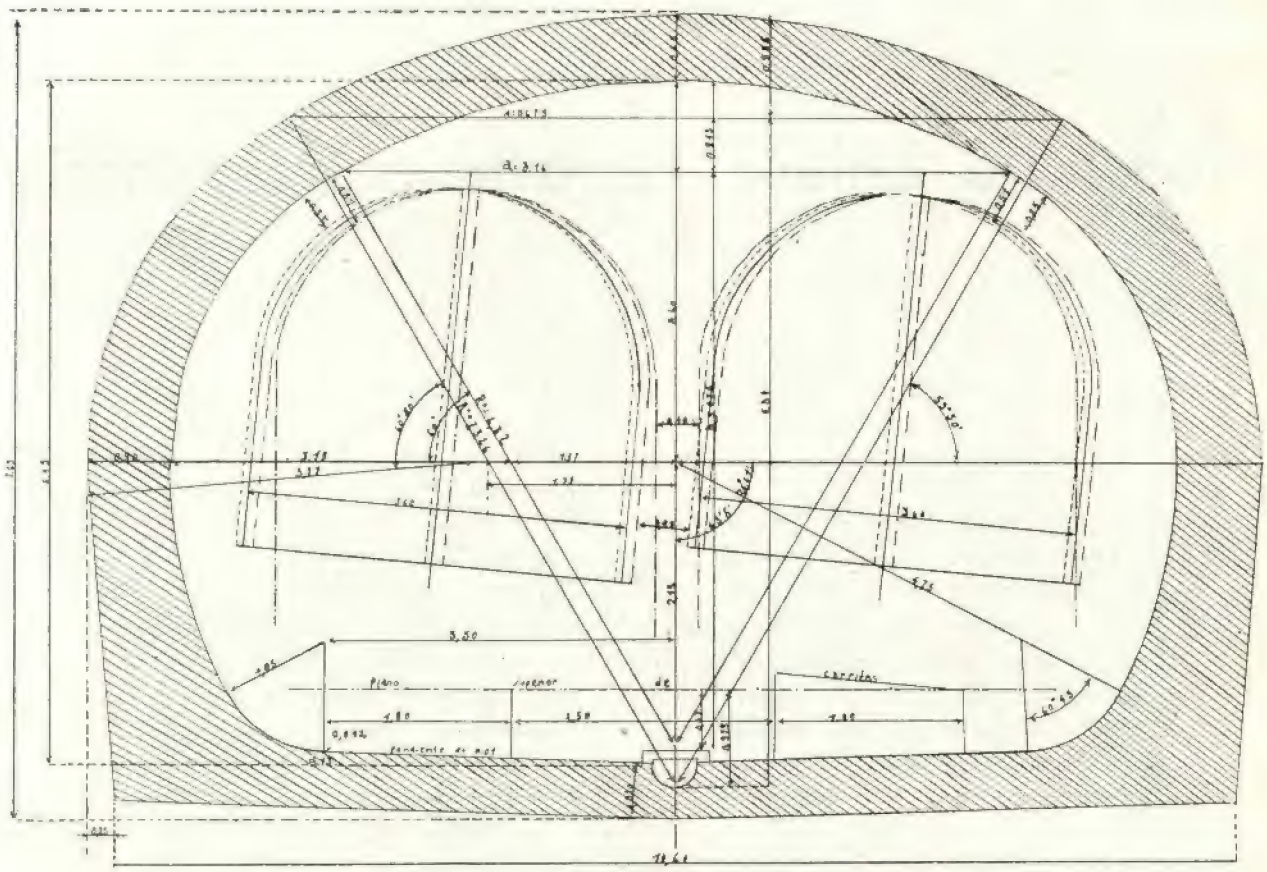
O acesso dos peões à estação, seria por Cibeles e Colón, e o de veículos só por Colón, para o tráfego não vir congestionar nem Cibeles nem Alcalá.

O edifício será em dois pisos; o superior com vestíbulos dos passageiros e estacionamento das carruagens, e o inferior com as diversas linhas. O acesso a êste piso seria facilitado por meio de escadas mecânicas.

Depois de termos tomado conhecimento de todo êste plano, visitámos o túnel em execução, para a ligação Atocha-Fuencarral no troço sob Recoletos, onde ficará a grande Estação Central, e no troço sob o Prado onde ainda se estava procedendo à perfuração da galeria, tendo nós assim podido observar os processos usados na execução dos trabalhos.

O avanço é feito por galeria superior e por troços de 4 metros. Aberta a galeria de avanço, corta-se no terreno um anel com as dimensões e a forma que terá a abóbada de revestimento, para a execução da qual o próprio terreno serve laterais e procede-se a um ensoleiramento geral de béton que constitui o pavimento onde assentam as vias, por forma a obedecer ao perfil projectado.

Ao centro do túnel, corre um cano que drena



Secção normal do Túnel (via dupla)

de simples. Executa-se depois a abóbada em tijolo ligado por uma argamassa de cimento; assim que esta faz prêsa suficiente, desmontam-se as terras, escorando a abóbada nas nascenças.

Removidas as terras constroem-se os muros as águas para uma galeria, executada por baixo do tunel, e que depois as leva para o exterior.

O terreno argiloso, sem infiltração e bastante consistente, prestou-se, maravilhosamente, a êste modo de trabalho.

Bruxelas, pôrto de mar

POR

L. P. — antigo aluno do I. S. T.

Bruxelas, cidade no interior das terras, é pôrto do Mar do Norte!

Paradoxo geográfico explicado pela construção dum canal marítimo ligando Antuérpia à capital belga, canal que permite o acesso a navios de 4.000 toneladas Moorsom:

O canal tem 30 km. e liga Bruxelas ao Rupel, a 2.500 metros da sua confluência com o Escalda e a 16 km. a montante de Antuérpia. É o resultado de melhoramentos que se vêm fazendo sucessivamente, desde 1830, ao canal fluvial criado em meados do século XVI

A sua secção actual e as dimensões das comportas limitam as dos barcos ao máximo seguinte: comprimento 106m, largura 15, calado 5,80.

Mas já a administração da Sociedade exploradora (Sociedade formada pelo Estado, govêrno da provincia e Câmaras Municipais) encara a possibilidade de acesso a barcos maiores e prossegue a transformação em canal marítimo do actual canal fluvial de Charleroi (fig 1).

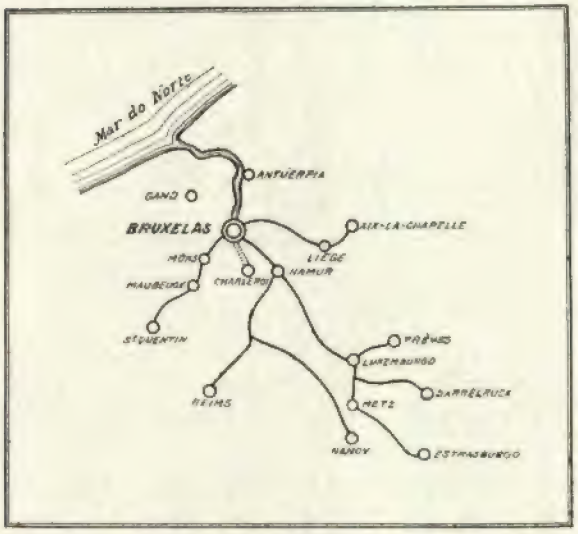
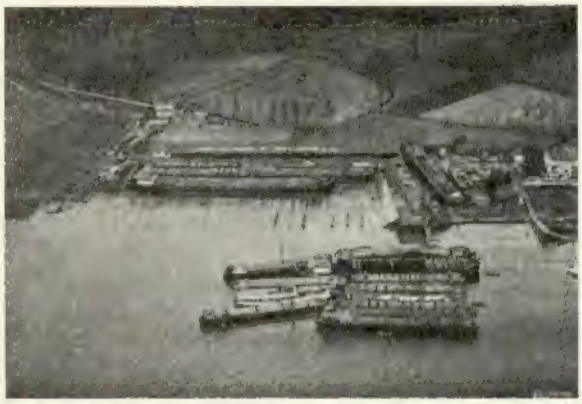


Fig. 1

Notaremos que, tal como está, a rede de canais do norte da Europa permite a ligação fluvial de Paris a Bruxelas e o acesso à capital belga da navegação do Reno e do Mosa e, portanto, tôda a navegação interior alemã e mediterrânica.

O movimento marítimo do canal de Bruxelas foi, em 1933 de 800.000 toneladas Moorsom, numeros redondos, transportando 600.000 toneladas métricas. O movimento fluvial foi seis vezes superior.

O canal marítimo é formado por três andares, separados por duas eclusas. Outras, nos extremos, comunicam com o Rupel e com o canal de Charleroi. É atravessada por quinze pontes móveis, outros tantos obstáculos para os navios que têm mais de 6m acima da linha de água.



Uma vista do pôrto

A-pesar-deles e das três eclusagens, um rebocador vem do Rupel a Bruxelas em 3 horas, um grande navio em 6 e um comboio de seis batelões rebocados (com um total de 3.500 toneladas) em 10.

Exploração comercial — A Sociedade exploradora não pretende lucros mas sòmente que as despezas gerais e de melhoramentos sejam equilibradas pelas taxas de trânsito.

Os barcos de navegação interior pagam 3 cêntimos por cada tonelada-quilómetro quando carregados e uma taxa fixa de 2 a 15 fr, conforme a sua tonelagem, quando vazios. Os navios de alto mar pagam 2 francos por tonelada Moorsom por viagem de ida e volta.

Os barcos de recreio com menos de 3 toneladas não pagam, aos outros aplica-se a mesma tarifa que aos barcos de navegação interior vazios.

As taxas de acostagem para a navegação fluvial, taxas dando direito ao estacionamento da mercadoria durante 4 dias, são 45, 30 ou 18 cêntimos por tonelada métrica, conforme o carregamento ou descarregamento é feito em cais coberto, em cais descoberto ou em margem sem muro de cais.

Para a navegação marítima as mesmas taxas são 75, 45 ou 27 cêntimos.

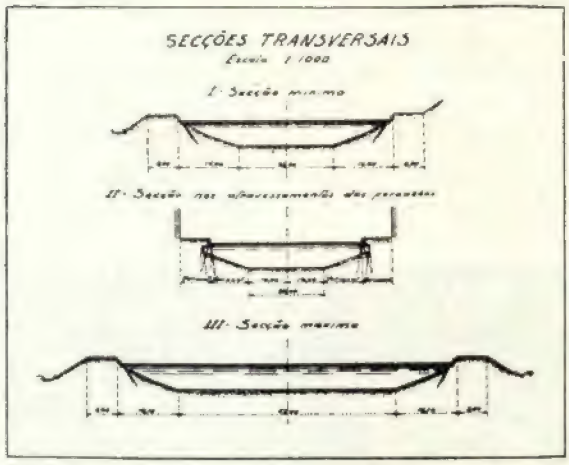


Fig. 2

Além dos 4 dias, o estacionamento da mercadoria é pago por 60, 30 ou 9 cêntimos por metro quadrado e por dia.

Os rebocadores são pagos de 0,03526 a 0,01095 francos por tonelada-quilómetro; a taxa máxima aplica-se a cargas totais inferiores a 70 toneladas, a taxa mínima a tonelagens superiores a 2.000.

A Sociedade tem ainda receitas pelas tomas de água, venda de erva e licenças de pesca.

As verbas afectadas a melhoramentos são importantes. Nos últimos anos, àlém do já referido alargamento do canal de Charleroi, tem-se desenvolvido o ante-porto. Fizeram-se, em 1932 e 1933, 600 metros de cais, far-se-ão êste ano 586 orçados em 26.000 francos por metro. Para o alargamento do ante-porto tornou-se necessário desviar o rio Senne e canalizá-lo em subterrâneo numa extensão de quási 2 quilómetros. Estão feitos 1.170 metros de túnel, faltam 806 a executar em 1935 ao preço de 21.000 francos o metro.

O canal, fomentador de progresso — É sabido que tôda a via de comunicação impulsiona a indústria e o comércio das regiões que atravessa. O canal criou ao longo das suas margens importantes instalações industriais contribuindo para o descongestionamento dos grandes centros.

As fábricas instaladas dão ao canal um movimento de quási 3 milhões de toneladas. Tem cais próprios 3 refinarias de petróleo, 2 centrais

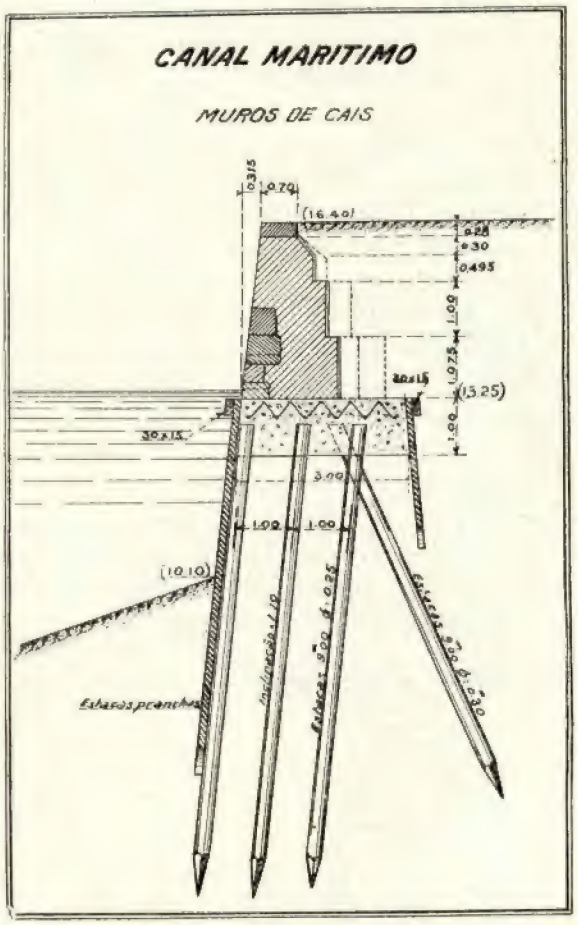


Fig. 3

de gaz, 3 centrais eléctricas, fábricas de cerveja, e panificação etc., pertencentes a 30 grandes sociedades e a uma centena de pequenas emprêsas.

Uma companhia especial de caminhos de ferro liga tôdas estas instalações à rêde geral do país.

A exportação principal pelo canal é de escórias, coke, aço, cimento; a importação é de petróleo bruto e materiais de construção.

Cada hectare de terreno com 100m de margem de canal vale hoje milhão e meio de francos belgas.

Alimentação do canal — Cada comporta é formada por duas eclusas de dimensões diferentes,

uma destinada aos navios e comboios de barcos, outras à navegação interior.

Cada eclusagem necessita respectivamente 9.000 ou 1.900 mc. Em cada dia passa do andar superior ao Mosa 60.000 mc. em média.

A evaporação nos 220 *ha* de superfície livre e a infiltração podem atingir outros 60.000 mc. diários.

Ora o Senne, que no inverno pode fornecer 400.000 mc., não fornece no verão mais de 30.000 mc. diários. O canal de Charleroi poderá fornecer um máximo de 10.000 mc.

As tomas de água, aliás importantes, influem pouco porque a mais das vezes a água é restituída embora parcialmente.

O volume de água necessário em dias de verão é tirado de Rupel e sucessivamente elevado.

Cada um dos dois grupos de bombas instaladas em cada comporta é capaz de elevar 5.500 mc. por hora aos 4,50^{m} de altura entre dois andares consecutivos.

Como as águas do Senne são lodosas, existe um serviço permanente de dragagens para conservar os fundos.

Secções — São as indicadas na fig 2.

A fig. 3 indica a constituïção dum muro de cais nas secções de povoações e fábricas.

■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■

O Centenário da Firma Sulzer Frères

(1834-1934)

A Casa Sulzer Frères comemora êste ano o centenário da sua fundação.

Os princípios daquela Firma foram modestos. Dois irmãos jovens e cheios de entusiasmo, guiados pela prudência e pela experiência de seus pais, educados numa extrema simplicidade, habituados desde novos a um trabalho intenso e a uma disciplina severa para com êles próprios, tendo uma fé inquebrantável no seu sucesso e na fôrça da sua personalidade, foram a origem desta criação.

As primeiras instalações da Sulzer

Trabalhando para as necessidades do seu País e, em especial, para a indústria téxtil, a Firma desenvolveu-se ràpidamente e tansformou-se, em poucos anos, numa emprêsa importante. A fundição de ferro, que se desenvolveu ràpidamente, constituiu desde o início o organismo principal da emprêsa, até ao ponto de ser conhecida a Casa Sulzer Frères durante muito tempo, na linguagem popular local, pela simples designação de «a fundição». Pouco tempo depois a actividade da Firma estendia-se às instalações de calefacção central e à construção de caldeiras de vapor.

De 1850 a 1860 esta Casa marcou uma nova fase do seu desenvolvimento. Foi a época em que os irmãos Sulzer se dedicaram ao fabrico de máquinas a vapor, ramo no qual êles haviam de especializar-se mais e mais nos tempos que se seguiram. Foi a máquina de vapor que fez conhecer o nome Sulzer por todo o mundo, e foi a Casa Sulzer que traçou o caminho à indústria da máquina a vapor em tôda a Europa. O fabrico da máquina a vapor trouxe consigo a construção de barcos para a navegação nos lagos da Suíça. Foi pouco depois seguida pela fabricação de máquinas frigoríficas, de bombas de êmbolo e de compressores de gás. Nos fins do século 19 teve a Firma um novo êxito num outro campo de actividade. Foi a Casa Sulzer que construiu, em 1896, a primeira bomba centrífuga de alta pressão, a qual modificou completamente, desde então, os sistemas até àquela

ocasião conhecidos para o transporte de líquidos, tornando possível a solução económica de certos problemas, e substituindo, em grande parte, a bomba de êmbolo.

O fulcro da Firma foi, no entanto, e continuará sendo, a indústria da máquina motriz térmica. A turbina a vapor e o motor Diesel não tardaram a disputar à máquina a vapor, de êmbolo, a sua preponderância. Em Winterthur, sede da Casa Sulzer, foi o motor Diesel que conquistou nesta luta o primeiro lugar.

Desde o fim da grande guerra, os estudos e as construções da Casa Sulzer têm-se concentrado, em grande parte, na fabricação de motores Diesel. Estes motores têm firmado presentemente o seu valor não só como máquinas directamente reversíveis para a propulsão de barcos, mas também para o accionamento de locomotivas e como máquinas de grande potência para as instalações fixas.

Ao mesmo tempo continuou a Casa Sulzer a dedicar-se activamente à construção de máquinas e caldeiras a vapor, de compressores de grande potência, de bombas centrífugas, ventiladores, máquinas frigoríficas e as instalações de aquecimento central.

Ao passo que, sob a direcção dos seus fundadores, a Firma trabalhava quási exclusivamente para o mercado suíço, sob a direcção da geração seguinte os seus produtos estenderam-se, a pouco e pouco, bem além das fronteiras da Suíça, e isto mercê do desenvolvimento prodigioso que teve naquela época a máquina a vapor Sulzer, desenvolvimento que caracterizou aquele período.

Um certo factor de instabilidade manifestou-se, no entanto, com a importância crescente da exportação, sobretudo quando a Alemanha elevou as suas barreiras alfandegárias no intuito de desenvolver a sua indústria. Naquela ocasião a Casa Sulzer, para não perder um mercado importante, viu-se na necessidade de crear uma base própria de fabrico naquele país. De todos os modos, a protecção alfandegária não foi até ao ponto de fechar por completo o mercado alemão à importação, e os produtos de alta

Vista geral das fábricas Sulzer, em Winterthur

ASEA

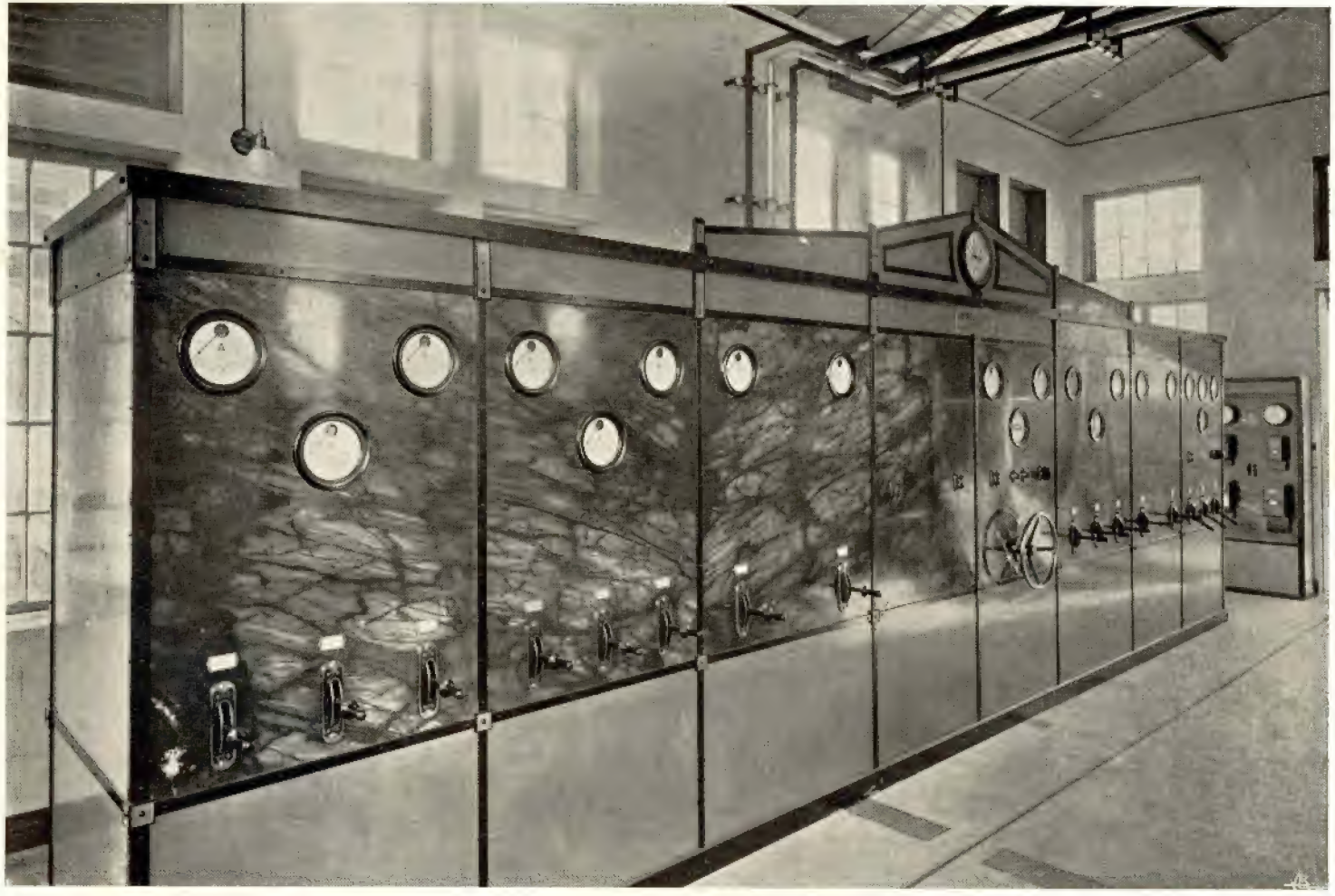
VÉSTERAS—SUÉCIA

REPRESENTANTES:

JAYME DA COSTA, L.DA

ENGENHEIROS

LISBOA PORTO



Quadro de distribuição da cabine transformadora, 1250 kVA, 15000/400 volts
COMPANHIA FABRIL DO CÁVADO — RUÃES — BRAGA

Grv. 128

TIPOGRAFIA PORTO MEDICO, LTDA — PRAÇA DA BATALHA, 12-A-PORTO

JAYME DA COSTA, L.DA

ENGENHEIROS

PORTO
PRAÇA DA BATALHA, 12

LISBOA
RUA DOS CORREEIROS, 14

REPRESENTANTES DAS FIRMAS

ALLMÄNNA SVENSKA ELEKTRISKA A.B. **(ASEA)**, VÉSTERAS, SUÉCIA

Motores e geradores de corrente contínua e alterna, transformadores, aparelhagem de alta e de baixa tensão. Locomotivas e carros eléctricos. Ascensores, monta-cargas e gruas. Máquinas eléctricas especiais para as indústrias de fiação, tecelagem, papel, etc. Electrificação completa de fábricas, caminhos de ferro, etc.

SVENSKA TURBINFABRIKS A.B. LJUNGSTRÖM, FINSPONG, SUÉCIA

Turbinas a vapor **STAL.**

AKTIEBOLAGET ATLAS DIESEL, ESTOCOLMO, SUÉCIA

Motores a óleos pesados, **POLAR** e **ATLAS,** estacionários e marítimos, tipos Diesel e semi-Diesel.

AKTIEBOLAGET PENTAVERKEN, SKÖVDE, SUÉCIA

Motores marítimos **PENTA** a gasolina, petróleo e óleo. Moto-bombas, grupos electrogéneos.

LANDIS & GYR, S. A., ZUG, SUISSA

Contadores eléctricos e aparelhos derivados, relógios e auto-interruptores.

RICHARD RAUPACH, MASCHINENFABRIK, G. M. B. H., GÖRLITZ, ALEMANHA

Máquinas para a indústria de cerâmica, máquinas a vapor.

GEBR. RITZ & SCHWEIZER, SCHWÄB. GMÜND, ALEMANHA

Bombas centrífugas, bombas de êmbolo, rotativas, etc.

BERLIN-ANHALTISCHE MASCHINENBAU, A. G., DESSAU, ALEMANHA

Aparelhos diferenciais (garibaldes) eléctricos **BAMAG,** tensores de correia, transmissões.

JEAN VICAN, CASTELJALOUX, FRANÇA

Máquinas para trabalhar madeira.

ELEKTRISKA AKTIEBOLAGET VOLTA, ESTOCOLMO, SUÉCIA

Aparelhos eléctricos de aquecimento **VOLTA.**

AKTIEBOLAGET BALTIC, ESTOCOLMO, SUÉCIA

Desnatadeiras, batedeiras, máquinas para o tratamento de leite.

BAMFORDS, LTD., UTTOXETER, INGLATERRA

Motores Diesel de pequenas potências.

BERLINER MASCHINENBAU-A.-G. (SCHWARTZKOPFF), BERLIM, ALEMANHA

Locomotivas, material para caminhos de ferro.

A.-B. STERN & STERN, ESTOCOLMO, SUÉCIA

Aparelhos de rádio-telefonia.

SANDVIKENS JERNVERKS AKTIEBOLAG, SANDVIKEN, SUÉCIA

Aços para tôdas as aplicações.

qualidade fabricados na Suíça puderam penetrar sempre na Alemanha. Simultâneamente o mercado mundial estava-lhes amplamente aberto. O avanço que a Firma tinha tomado mercê da actividade e do espírito de iniciativa dos seus dirigentes, ficava-lhe conquistado e assegurava um considerável desenvolvimento ao estabelecimento suíço [1].

À acuidade crescente da concorrência, que se tinha feito sentir já alguns anos antes da guerra, colocou a terceira geração Sulzer perante novos e árduos problemas. A fim de manter a posição adquirida, viu-se obrigada a desenvolver o fabrico dos seus produtos nos países estrangeiros, já sob a forma de comparticipações, já pela de concessão de licenças de fabricação. Depois da guerra, a política de concessão de licenças, praticada sempre com método crescente, produziu excelentes resultados, especialmente, no que diz respeito a motores Diesel marítimos.

A concessão de licenças de fabrico desempenhou um papel importante na história desta Firma. Uma rêde de interêsses comuns com os concessionários, que constituem os pontos de ligação, estende-se presentemente sôbre o mundo inteiro. Em virtude dêste sistema a Emprêsa fica assim em relações com todos os países, mesmo com aqueles em que o proteccionismo é mais agudo. As taxas entregues pelos concessionários das licenças contribuem em larga escala para a obtenção dos consideráveis meios pecuniários que exige o trabalho intelectual necessário ao desenvolvimento das construções e aos ensaios de grande envergadura que se tornam indispensáveis pela exigência de unidades de cada vez mais pontentes. A comunicação dos resultados dêstes trabalhos aos concessionários estrangeiros equivale à exportação de um trabalho intelectual de grande valor, o qual não poderia ser utilizado só na Suíça, senão numa medida em absoluto insuficiente.

No decorrer dos anos as fábricas Sulzer em Winterthur transbordaram largamente sôbre os terrenos que circundavam os estabelecimentos primitivos. Em Oberwinterthur foram creadas novas oficinas e em Bulach foi construída uma nova fundição.

As edificações das fábricas Sulzer em Winterthur, em Oberwinterthur e em Bulach cobrem uma superfície total de cêrca de 112000 m². Às diversas secções de fabrico utilizam 2200 motores com uma potência total, aproximada, de 18000 cavalos-vapor. As fundições possuem 13 fornos com uma capacidade de 79 toneladas de ferro fundido por hora, assim como 5 fornos eléctricos para a produção de ferro fundido especial e de aço. Um moderno laboratório de química e um outro de metalurgia estão anexos à fundição permitindo, em colaboração com o laboratório de eusaios de resistência de materiais, a fiscalização permanente da qualidade das matérias primas e, em especial, do ferro fundido e do aço. A capacidade total de produção das fundições Sulzer, de Winterthur, incluindo a fundição de bronze, ultrapassa 20.000 toneladas por ano.

Uma caldeiraria moderna, construída em 1925 e provida das mais aperfeiçoadas instalações, permite a execução de tôda a qualidade de caldeiras e de obra de chapa Os processos de soldadura mais modernos são empregados, seja pelo sistema autogéneo ou pelo arco voltaico, podendo ser executadas nas oficinas de caldeiraria Sulzer as maiores e mais complicadas peças.

A fim de satisfazer às exigências de montagem dos motores Diesel das maiores potências, construiu a Casa Sulzer em 1930, em Winterthur, um vasto edifício adequado cujas dimensões permitem a montagem, sem dificuldade, de qualquer unidade por maior que seja.

O índice relativamente elevado dos salários na indústria metalúrgica suíça, as condições pouco favoráveis que condicionam a aquisição das matérias primas e o facto de ser a maior parte da produção submetida à concorrência implacável do estrangeiro, obrigaram em todo o tempo a Casa Sulzer a rodear-se de instalações técnicas das mais modernas, a fim de obter o máximo rendimento, não sòmente em qualidade como também em quantidade. Os mesmos princípios têm sido aplicados igualmente às fábricas do grupo Sulzer no estrangeiro,

[1] Nos anos que precederam a grande guerra 27 % sòmente da produção das fábricas Sulzer, de Winterthur, ficaram na Suíça, ao passo que 73 % daquela produção seguia para o estrangeiro. Desde o ano de 1924 até ao de 1930 a percentagem dos produtos exportados atingiu mesmo, com flutuações de pouca importância, a cifra de 76 %.

Em França fundou a Casa Sulzer Frères em 1918, com o concurso dum importante grupo de metalúrgicos franceses, a «Compagnie de Constructions Mécaniques Procédés Sulzer». Esta Sociedade criou em Saint Denis (Sena) as suas próprias fábricas, especializando-se muito particularmente na construção de motores Diesel, de bombas centrífugas e de máquinas frigoríficas. Dispõe também de oficinas bem apetrechadas para a execução de trabalhos de caldeiraria e de tubagens, dispondo igualmente de perfeitas instalações para trabalhos de soldadura. O estabelecimento situado na margem do Sena está ligado à via férrea e possui também um cais que permite carregar e descarregar as mercadorias directamente nos batelões e efectuar montagens e reparações a bordo dos barcos que circulam naquele rio.

Os edifícios das fábricas Sulzer de Ludwigshafen (Alemanha) ocupam uma superfície de 50.700 m². A Emprêsa possui igualmente terrenos anexos nos quais construiu casas para os seus empregados e também um círculo operário. As fábricas de Ludwigshafen compreendem, além das oficinas para a construção de bombas centrífugas e de motores Diesel, uma secção de fundição organizada segundo os processos mais modernos para a produção em série de peças de fundição destinadas a outras indústrias e, em especial, à indústria automobilística.

O grupo Sulzer constituïu, a partir de 1914, a «Société Anonyme des Entreprises Sulzer», organização financeira intereressada nas seguintes sociedades de construção, de instalação e de venda: Soc. An. Sulzer Frères, em Winterthur; Compagnie de Constrution Mécanique Procédés Sulzer, em Paris; Soc. An. Chauffage Central Sulzer, em Paris; Gebrüder Sulzer Aktiengesellschaft, em Ludwigshafen, sôbre o Reno; Sulzer Centralheizungen G. m. b. H., em Mannheim; Sulzer Bros. (London), Ltd., em Londres; Soc. An. Sulzer Frères, em Bucarest; Sulzer Hermanos, Sociedad Importadora Limitada, em Buenos Ayres; Sulzer Frères, no Cairo; Sulzer Brothers, em Calcuttá; Sulzer Brothers, em Kobé; Sulzer Brothers, em Shanghai. Esta organização é completada por uma rêde muito extensa de agências e sub-agências pelas quais a Casa-mãi se mantem em contacto permanente com tôdas as regiões importantes que possam oferecer saída aos seus produtos.

Durante os anos de 1927 a 1930, isto é, entre o fim da última crise e o começo da actual, a cifra anual dos negócios das firmas pertencentes ao *consórcio* elevou-se a 120 milhões de francos suíços; os estabelecimentos que fazem parte dêste *consórcio* ocupam, a pleno rendimento, um pessoal de 9000 a 10.000 entre operários e empregados. Nestes últimos anos a produção do *consórcio* teve de sofrer reduções consideráveis como resultado da crise que continua a avassalar o mundo inteiro.

A rede subtil das relações económicas mundiais existente antes da guerra foi por esta destruida e, em vez de trazer a paz, a fim do guerra não fez mais do que acentuar a desordem de uma luta económica organizada pelos diversos Estados, mantida com o seu auxílio financeiro, e ameaçando abalar intensamente os alicerces vitais duma quantidade de indústrias de exportação suíças, até agora florescentes, como a indústria de construções mecânicas. O frémito, que agitou durante vários anos a vida dos povos até às mais recónditas profundidades, ainda não está apaziguado. Ninguém sabe quais serão as modificações definitivas que resultarão dêste estado de coisas para a estrutura da vida económica, nem o aspecto que terá o estado económico da Suíça. De qualquer forma que o futuro se apresente, um facto é verdadeiro e certo: como no passado, a indústria suíça não poderá subsistir, mesmo depois dos tempos terem melhorado, senão concentrando tôda a sua energia sôbre a qualidade dos seus produtos. Terá de atingir o máximo de realizações em todos os campos da sua vasta organização e, em especial, no das investigações científicas relativas aos problemas de ordem técnica.

(Da Sulzer Frères)

NOTAS BIBLIOGRAFICAS

Actualités Scientifiques et Industrielles

Les principes de la mécanique générale

Por **Jean Louis Destouches**

Hermann et Cie. Paris — 52 pág. — 15 frs.

Já desde antes da sua *Tése* de 1933, e com o principal intuíto de sistematizar as teorias quânticas, que Destouches procura estructurar uma *mecânica* geral que, nos espaços abstractos, seja, para a teoria do movimento, o que a *análise geral* de Fréchet é para as teorias da análise ordinária. Naturalmente, visto que, em cada espaço, um princípio de *ondulização* e um princípio de *quantificação* permitem deduzir duma mecânica abstracta *pontual* uma mecânica abstracta *ondulatória*, o problema de edificar uma mecânica geral desdobra-se em *dois*, pelo menos. Mas há, na concepção de Destouches dois *tipos* de *mecânicas ondulatórias* abstratas, a que não é possível fazer, nesta ligeira referência, o merecido comentário.

O espaço *configurativo* da mecânica geral deve ser *distanciado, afim, separável e completo*. O espaço das funções de ondas, na mecânica ondulatória geral, é sempre hilbertiano. São aquelas propriedades do espaço configurativo que permitem, graças a um teorema de Fréchet, válido para os espaços afins separáveis, a definição dum *sistema-base* de vectores de referência, graças ao qual é possível construir uma *cinemática geral* nesse espaço.

Esta está para a mecânica pontual, como a teoria da *Evolução* para a mecânica ondulatória.

Tudo isto tem, como se vê, já pelos atributos do espaço configurativo, já pela indeterminação *à priori* da natureza das variáveis (a começar pela que desempenha o papel do *tempo)*, um grande interêsse nos domínios da Lógica, da Matemática e da Física.

M. F.

Relations d'incertitude en Géométrie et en Physique

Por **M. Georges Bouligand**

Hermann et Cie., Paris — 28 pág. — 9 frs.

O estabelecimento das *relações de incerteza* de Heisenberg. afirmando que o produto dos desvios quadráticos médios de duas variáveis canònicamente conjugadas tem um *mínimo*, determinado pela constante de Planck, foi origem de tôda essa interessante discussão que, há alguns anos, vem sofrendo a concepção determinista dos fenómenos mecânicos.

E não se dirá que êsse interêsse filosófico, qualquer que seja o *poder* dos dados experimentais, a *fôrça das circunstâncias*, que necessàriamente impõe a interdependência do observador, do instrumento e do objecto observado, não constitui, em nossos dias, uma das mais cativantes preocupações do espírito científico, nos domínios da Física.

¿E no campo matemático?

Que mal parada ficaria a sua capacidade elucidativa de relações, principal razão de ser do seu prestígio e seu maior título de nobreza, se a Matemática não soubesse responder, com a segurança que lhe é própria, às solicitações do problema!

Isso faz, nesta lucidíssima exposição, o Mestre insigne que é M. Bouligand.

Para certas equações às derivadas parciais (em particular, a equação fundamental da teoria do calor e a equação de Schrödinger) é possível definir pares de variáveis *aleatórias conjugadas* tais que o produto dos seus desvios quadráticos médios admite um mínimo, dando lugar portanto a uma relação de incerteza.

E quási não seria necessário dizer mais nada para *salvar a honra do convento!*

Mas, como prócere ilustre, M. Bouligand não se dispensa de reclamar aquela superitendência que o raciocínio matemático não deixou nunca de ter, nas questões em que legìtimamente intervém. E, por isso mesmo, o distinto professor, a quem se devem os fundamentos da *geometria diferencial directa*, mostra que o problema das relações de incerteza está ìntimamente ligado e é, afinal, um aspecto da concepção geométrica de *curvas sem tangente*, correspondente à noção de *funções sem derivada*. Como isto é velho, afinal, na sua essência, e novo nos seus aspectos!

M. F.

Les preuves expérimentales de la Mécanique ondulatoire

Por **Jean Trillat**

Hermann et Cie., Paris — 36 pág. — 12 frs.

Nesta monografia. M. Trillat refere-se, com minúcia, ás mais recentes experiências sôbre a difracção electrónica e sôbre a reflexão e difracção dos átomos e moléculas. Nelas consiste, como se sabe, a mais importante prova experimental da mecânica ondulatória. Judiciosamente, lembra o Autor que o aspecto ondulatório do fenómeno não deve obscurecer a idea de *partícala*, ou seja o seu aspecto pontual. E, se nenhuma analogia é perfeita, há, sobretudo, que ter em vista a circunstância de não ser a luz influenciada pelos campos, como o são os electrões e protões; e ainda a circunstância, não menos importante, de ser sempre, no estado actual dos nossos conhecimentos, em relação às ondas electrónicas, *medido* um comprimento de onda e nunca uma freqüência.

M. F.

Sur le problème du déterminisme

Por **S. Arthur Eddington**

adapté de l'anglais, Por **Eugène Neculcea**

Hermann et Cie., Paris — 25 pág. — 6 frs.

Para Eddington, avisado comentador da concepção relativista do Universo e não menos ilustre crítico das teorias quânticas, o determinismo físico tem os seus dias contados. Mas em que termos *adére* Eddington às ideas indeterministas? Nos seguintes:

a) *Dans les pages qui suivent je ne m'occuperai que de l'univers physique et je ne dirai que peu de chose sur le déterminisme mental ou le libre arbitre.* (Pg. 3).

b) *L'indéterminisme n'est pas une affirmation positive.* (Pg. 18).

c) *En tant qu'il s'agit de l'Univers physique, le déterminisme semble ne rien expliquer; car dans les livres modernes qui vont le plus loin dans la théorie des phénomènes, il n'est fait aucun appel à lui.* (Pg. 18).

E cita, a propósito, a *mecânica quântica* de Dirac, que, *sendo uma enumeração completa dos nossos conhecimentos actuais sôbre o mecanismo das coisas, não menciona uma só vez a lei causal, ou primária* [1].

A lei indeterminista, ou *secundária*, apoiada num conceito de probabilidade, dá conta das regularidades da observação, quando se referem à conducta média dum grande número de partículas, como acontece na maior parte dos casos.

A indeterminação só se torna apreciável, e a previsão precária, quando se trata dum pequeno número de partículas; sendo grande quando se refere ao comportamento dum único electrão, ou dum único átomo.

Numa *nota* anterior, sôbre *Les rélations d'incertitude* de M. Bouligand, já ficou esclarecido o aspecto matemático da questão. Se a concepção determinista se limita a afirmar que os fenómenos são regidos por equações diferenciais, não foi desmentida [2]; porque nessas equações, introduzidos os elementos aleatórios de que a física se serve, se encontra a justificação que se pretende dos fenómenos observados, como mostrou Bouligand.

M. F.

Les idées de Eddington sur l'interaction électrique et le nombre 137

Por **Jean Ullmo**

Hermann et C.ie Paris, 26 pág. 7 fr.

As equações de Dirac da mecânica ondulatória relativista contêm uma grandeza, com *quatro* componentes no espaço-tempo, que não se comporta como um *vector* quadridimensional, em face duma transformação de Lorentz.

Para conseguir a inclusão dessa grandeza nos processos ordinários do cálculo absoluto, utiliza Eddington um tensor duplo, que pode ser definido por intermédio de 16 *matrizes de base*, independentes entre si, e doutras tantas componentes numéricas, tomando a forma dum *quadriquaternião*. Cada electrão pode assim fazer-se corresponder a um espaço particular de 16 dimensões.

A *dois* electrões, tomados simultâneamente, corresponderá, portanto, um espaço de 256 dimensões, composição dos dois precedentes. Um vector *completo* dêsse espaço, decomposto na sua parte *simétrica* e na sua parte *hemisimétrica*, fornece 136 componentes para a primeira e 120 para a segunda. Posto isto, as quatro coordenadas (x^i) do primeiro electrão e as quatro (x'^i) do segundo determinam um sub-espaço de 8 dimensões; no qual o ponto (x, x') é diferente do ponto (x', x). E, como êles correspondem ao mesmo estado físico, porque êste não é alterado pela *permuta* dos dois electrões, a sua probabilidade de realização é a mesma, sendo indiferentes a *parte* dessa probabilidade que pertence ao primeiro e a que pertence ao segundo, desde que a sua soma seja constante.

É com esta base que Eddington constrói a sua teoria, que fàcilmente explica o *princípio de exclusão* de Pauli: o espaço considerado, a 256 dimensões, tem *torsão*, e a torsão, que troca os dois electrões, deixa invariável a probabilidade e, portanto, o *valor* da função de onda.

Chamando γ_{12} ao intervalo espácio-temporal de dois electrões, mostra Eddington que a energia de interacção de dois electrões (ou de dois protões, ou dum protão e um electrão) é $\frac{1}{137\,\gamma_{12}}$; o que dá ao termo $\alpha = \frac{hc}{2\pi e^2}$, que, em geral, se introduz para representar a interacção de duas cargas, o valor numérico 137, muito visinho do valor experimental deduzido da medição da constante h de Planck e da carga elementar e.

M. F.

Rayons cosmiques

Por **Louis Leprince Ringuet**

Hermann et Cie., Paris, -- 45 pág. — 15 frs.

O autor enumera e analisa sumàriamente nesta monografia as últimas experiências, algumas pessoais, relativas à radiação ultra-penetrante.

Desde a exposição de Millikan, feita em 1932, têm sido alteradas, por observações ulteriores, algumas conclusões da sua teoria, em particular as que se referem à invariância do fenómeno com a latitude, à sua natureza e à sua origem. Riqueza de vistas não falta nesta explanação, sumário dos actuais aspectos dum dos mais *trabalhados* domínios da física moderna. Experiências do autor, realizadas no outono passado, mostram que nas baixas latitudes, há uma deminuïção sensível do número de partículas que chegam à superfície da terra, na visinhança da vertical, e um predomínio de radiações vindas de oeste. O campo magnético terrestre actua sôbre a radiação cósmica e pode dizer-se que, *pelo menos a distâncias da ordem do raio terrestre, a radiação é total ou parcialmente corpuscular.* Estas conclusões estão fora da teoria de Millikan.

M. F.

[1] *Actuais*, à data das considerações de Eddington.

[2] Bem entendido que a tése indeterminista, que não é uma afirmação *positiva*, pede ao determinismo físico, *que o é*, que se *justifique*. Mas com isso nada tem a matemática, onde cabem ambos, como se vê.

Les composés micellaires, selon la notion de complexité croissante en chimie

Por **G. Malfitano** e **M. Catoire**

Hermann — Paris 1934, 38 pág. Preço 9 frs.

Neste opúsculo, prefaciado por P. Langevin, trata-se da complexidade crescente dos corpos: presentemente admite-se a existência de 3 classes de unidades materiais: os átomos, as moléculas, as plurimoléculas (polímeros e complexos). O A. propõe uma 4.ª classe: os polímeros de polímeros e os complexos de complexos, que são os indivíduos característicos dos coloidicos pròpriamente ditos: a estes indivíduos os A. A. dão o nome de *compostos* micelários. Especializados de há muito neste assunto os A. A. tratam de generalizar ao domínio dos colóidos a noção de estructura por unidades sucessivas de complexidade crescente, desde o núcleo do átomo até os polímeros e aos complexos de Werner. Parte-se das unidades de primeira ordem (neutrões, protões, electrões). Neutrões e protões unem-se para formar unidades de 2.ª ordem: são os núcleos atómicos. Em volta do núcleo e em número igual ao dos protões que êste contém, os electrões negativos acabam a construção do edifício atómico (Langevin). Aparece depois a molécula como unidade de 3.ª ordem, partindo dos átomos e das trocas com os electrões negativos.

Os complexos de Werner formam-se depois pelo agrupamento de moléculas em volta dum ião — Constituem as unidades da 4.ª ordem, de mesmo que os polímeros e os colóidos; o estudo dêstes últimos é intermediário entre as ciências da matéria e a biologia.

Daí uma unidade «impressionante», como diz Langevin, que torna a leitura dêste livrinho muito captivante.

C. L.

Laque d'Indochine

Por **Georges Brooks**

Hermann — Paris, 1934, 100 pág. Preço 18 frs.

Estudo sôbre a Lacase e o Lacol.

Descrição botânica do Rhus succedanea; pesquiza sôbre o lacol e seus derivados. O Lacol é o princípio oxidável que, em presença do ar e sob a influência do fermento «lacase» que a planta também contém, se transforma em *charão*, admirável verniz em cuja fabricação os japonezes e chinezes são, de há muito, peritos inegualáveis.

C. L.

Imflammation et combustion explosive en milieu gazeux

Por **M. Prettre**

Hermann — Paris 1934, 55 pág. Preço 15 frs.

Após as primeiras tentativas do estudo da inflamação e da combustão dos hidrocarbonetos (Davy, Bunsen, Landolt) o aparecimento dos motores de explosão e do aquecimento por meio dos combustíveis líquidos, tornou-se necessário estudar convenientemente os fenómenos explosivos produzidos pelas misturas de ar e de hidrocarbonetos. O A. examina sucessivamente as condições de temperatura necessárias para que a inflamação seja expontânea; o desenvolvimento da explosão provocada por processo térmico ou eléctrico; os produtos das reações muito complexas da oxidação dos hidrocarbonetos, a várias temperaturas, tanto na chama, como em combustão lenta.

E finaliza o seu trabalho aproveitando o que proceda para dar uma explicação do fenómeno de choque, nos motores.

C. L.

La symbolique chimique

Por **G. Urbain**

Hermann et Cie. Paris — 1933 — 51 pág. preço, 12 frs.

La coordination des atomes dans la molécule

Por **G. Urbain**

Hermann et Cie. — Paris 1933, 54 pág. Preço 12 frs.

Nestes dois fascículos o ilustre Prof. Urbain, que realizou há alguns mêses conferências em Lisboa sôbre o mesmo assunto, procura tornar homogénea as diversas maneiras de representar presentemente as combinações químicas: a constituição unitária aplica-se hoje à maioria das combinações, ao passo que a constituição dualista e mesmo pluralista aplica-se aos sais duplos minerais e às combinações moleculares orgânicas. Um dualismo novo apareceu: é o dualismo iónico, isto é a existência de iões de sinal contrário nas moléculas salinas. O A. discute e compara o dualismo iónico e os iões complexos, estude depois o problema das estructuras moleculares e o das valências constantes e máximas, o mecanismo de adição, as ligações múltiplas, os radicais livres — Num interessante capítulo subordinado ao título «cargas eléctricas dos átomos contidos nas moléculas orgânicas» o A. trata de adaptar o sistema organiciano ao atomismo actual dominado pela noção de carga eléctrica. Consegue o fim em vista, porque o estudo de Urbain visa a assegurar a unidade das teorias de valência química e de as harmonizar com os progressos do atomismo. Bela manifestação de índole teórico que obriga a pensar.

C. L.

Mécanique quantique et Chimie

Por **G. Allard**

Hermman editor — Paris 1934, 31 pág. Preço 8 frs.

Neste pequeno opúsculo o A. mostra em que a mecânica quântica difere da ciência clássica. Estabelece depois as equações que resolvem o problema e finalmente re-

sume alguns dos resultados alcançados. Insiste primeiro nas relações de incerteza; expõe as equações da mecânica quântica; estuda o problema da constituïção dos átomos e por conseguinte a classificação periódica de Mendelejeff. Segue-se uma teoria geral da combinação química e a teoria das valências dirigidas.

C. L.

Les sciences géologiques et la notion d'état colloidal

Por **Pierre Urbain**

Hermann et Cie. 60 pág. Preço 18 frs. — Paris 1933.

Neste trabalho o A. começa por uma exposição clara e resumida dos nossos conhecimentos sôbre o estado coloidal.

Faz depois a descrição dos principais colóidos naturais. Demostra o importante papel que a água desempenha na formação dêstes colóidos, que constituam um estado sempre transitório. Passa depois em revista os principais colóidos naturais: a sílica, a alumina hidratada, o hidroxido férrico, demonstra a importância da caolinização na formação dos colóidos e, de uma maneira geral o A. indica os fenómenos geológicos em que os colóidos parecem intervir. Assuntos novos que chamam a atenção sôbre certos problemas importantes de geoquímica.

C. L.

Equilibre de membrane

Por **N. Marinesco**

Hermann — Paris, 1934 66 pág. Preço 15 frs.

O A. resume neste pequeno livro os princípios basilares da teoria dos equilíbrios iónicos através das membranas semi-permiáveis e os fenómenos conexos.

Como extensão dos trabalhos de *W. Gibbs*, sôbre os sistemas heterogéneos, trata-se dum problema de equilíbrio químico entre fases. O A. desenvolve a teoria de *Donnan* e suas conseqüências sobretudo nas suas aplicações à energética da vida (equilíbrio de membrana entre o sangue e os diversos líquidos do organismo etc.). — Estudo muito interessante que visa a fixar o papel dos colóidos nos fenómenos biológicos.

C. L.

Recebemos mais os seguintes livros:

Dos autores

O índice da aridez, pelo Dr. Álvaro de Carvalho Andréa.

Estudo biográfico sôbre o Engenheiro, agrónomo Joaquim Pedro de Assunção.

Rasteiro, pelo Professor Mário de Azevedo Gomes.

Mecânica Elástica, por Alfonso Peña Boeuf.

Compêndio de Química, por António Lopez France.

Hormigon armado, por Alfonso Peña Boenf.

Materiales aglomerantes, por António Lopez Franco.

O Pôrto de Setúbal, pelo Eng. A. de M. Cid Perestrêlo.

Nota de A. de Mira Fernandes, apresentada à Academia Nacional de Ciências de Itália.

Os Caminhos de Ferro, conferência pelo Eng. Vicente Ferreira.

Do Ministério das Obras Públicas e Comunicações:

Obras de Portos — 1934.

Do Ministério das Colónias:

Para uma Política Imperial — Discurso do Doutor Armindo Monteiro.

Descrição da carta geológica de Angola por Fernando Mouta.

■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■

DO MUNDO TÉCNICO

A engenharia na Alemanha nacional socialista — Numa dissertação sôbre o problema do uso de máquinas nas fábricas, o Dr. Ley, caudilho da frente alemã de trabalho, disse o seguinte:

«Poderemos limitar o aumento natural, ainda que demasiadamente rápido, da mecanização das novas indústrias e da sua produção? Não! Os nossos competidores nos mercados mundiais não permitem que assim possamos proceder.

Se a Alemanha quere lutar contra esssa competição, com perspectivas de bom êxito, só o poderá fazer mediante novos inventos, mediante a extensão do emprêgo das máquinas, e mediante o embaratecimento da produção por meios mecânicos.

Com isto, quero dizer, que os nossos competidores nos obrigarão, num futuro próximo, a acelerar a marcha do nosso trabalho, a melhorar os nossos métodos de trabalho e a intensificar a mecanização de certas indústrias, emquanto que será necessário encurtar o trabalho diário, com o fim de conservar a saúde dos nossos operários. (Da revista *El progresso de La Ingenieria* — Maio 1934).

O elevador de Niederfinow — A grande eclusa de Niederfinow, recentemente inaugurada no canal Hohenzollern, a uns 40 quilómetros a nordeste de Berlim, pode ser considerada uma verdadeira maravilha da técnica moderna.

Oferece esta eclusa a particularidade de que as embarcações podem salvar de uma só vez um desnível de 36 metros, por meio de um poderoso elevador próprio para êsse efeito. A operação do transporte ascensional dura

apenas 20 minutos, o que representa uma considerável economia de tempo, visto que antes eram necessárias 4 eclusas sucessivas para poder franquear o mesmo desnível.

O elevador compõe-se de um enorme recipiente cheio de água, suspenso por meio de 256 cabos metálicos, no qual flutuam as embarcações a elevar. Êste recipiente mede 36 metros de comprimento e pesa em ordem de marcha umas 4.200 toneladas a-pesar-do seu formidável pêso, para o mover bastam quatro motores eléctricos de 75 cavalos cada um, graças a um sistema de contrapêsos que o equilibram exactamente.

A fôrça motriz é apenas necessária para lhe imprimir a velocidade inicial e vencer as resistências de atrito no trajecto.

(Da Indústria Portuguesa — Maio 1934)

■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■

Vida Escolar e Associativa

Aos futuros Engenheiros Químicos

Desde há anos se vem sentindo a diminuïção da freqüência nos cursos de Engenharia Química.

¿Será falta de interêsse por êsse curso, ou o ser falível uma colocação ao sair da escola?

A primeira hipótese não é admissível, pois o curso de Engenharia Química é um dos que mais contribui para o desenvolvimento das nossas indústrias e por isso não deve ser abandonado.

A segunda é a que nos parece mais aceitável para explicar essa exígua freqüência e foi ela que nos levou a escrever estas linhas.

Sabemos, de fonte segura, que há Indústrias em Portugal, onde são necessários Engenheiros Químicos e, infelizmente, a escola não os tem para suprir essas faltas.

Aqui fica êste aviso para os que desejam informar-se e enveredar por um curso, onde poderão ser bem sucedidos e ser úteis ao País.

Biblioteca da A. E. I. S. T.

71 — Á memória de Fritz Pregl, A. Cardoso Pereira.

72 — Sôbre a catálise, A. Cardoso Pereira.

73 — Destilação de líquidos alcoólicos, Dr. Manuel de Vasconcelos.

74 — Acetileno, Dr. Manuel de Vasconcelos.

75 — Indústria de Resinosos, Eng. J. E. Dias Costa.

76 — Notas sôbre a análise racional das argilas, Eng. J. E. Dias Costa.

77 — Os Combustíveis, Eng. J. Perpétuo da Cruz.

78 — Jazigos minerais em Manica e Tete, Eng. António Joaquim de Freitas.

79 — Relatório da D. de Obras Públicas de Moçambique, Eng. António Joaquim de Freitas.

80 — O Paleozóico Português, J. C. Simões da Costa.

81 — Lições de Topografia Mineira, Eng. Mendes da Costa.

82 — O processo de flutuação na moderna preparação dos minérios, Eng. António Adriano Rodrigues.

83 — As antracites do Norte e o problema eléctrico-português, Eng. Farinas de Almeida.

84 — Traité de prospection geophysique, C. J. Mexamian.

85 — The geology of ore deposite, H. Thomas.

86 — Elements of mineralogy, Frank Rutley.

87 — Mineralogie, M. F. D. Beaudant.

88 — Leçons elementaires de Physique Moderne, J. Tilieux.

89 — Physique, H. Bonasse.

90 — Le quartz piezo electrique, F. Bedeau.

91 — Les recents progrés de la desintegration des elements por bombardement des rayons alpha, Maurice de Broglie.

92 — Les piles sensibles à l'action de la lumière, René Audubert.

93 — L'effet photo-electriques des Rayons X dans les gaz, Pierre Auger.

94 — La haute précision des mesures de longueurs, M. A. Perard.

95 — L'etat liquide et les etats mesomorphes, M. J. Trillat.

96 — Sôbre um método de estudo das oculares compostas, Eng. Cássio Ayres da Silva.

97 — Exercícios de Álgebra Superior, Dr. Zaluar Nunes.

98 — Elementos da teoria das Formas Quadráticas, Dr. Mira Fernandes.

99 — Grupos de substituïções e resolubilidade algébrica, Dr. Mira Fernandes.

100 — Grupos de substituïções e resolubilidade algébrica II, Dr. Mira Fernandes.

101 — Evolução do conceito de grupo, Dr. Mira Fernandes.

102 — A vida e obra de Evaristo Galois, Dr. Bento de Jesus Caraça.

103 — Manuel de l'Ingenieur, Hutte.

104 — Manuel de l'Ingenieur, Hutte.

105 — Agenda Beranger.

106 — Tradição marítima de Portugal, Henrique Lopes de Mendonça.

107 — A Pesca de Bacalhau, Manuel de Vasconcelos.

108 — O comércio de Peixe Fresco, Eng. J. E. Dias Costa.

109 — A exportação do Produtos Resinosos, J. E. Dias Costa.

110 — Produção e comércio de géneros agrícolas em Portugal, Cincinato da Costa.

111 — A Engenharia na Higiene Industrial, Eng. Álvaro A. Cruz.

112 — Higiene Industrial — Fabrico do ácido tartárico e do cremor tartaro, Dr. Manuel de Vasconcelos.

113 — Sanidade e Mutualismo, Dr. Manuel de Vasconcelos.

114 — Instalações sanitárias para colectividades, Dr. Manuel de Vasconcelos.

115 — A Função social do agrónomo na actualidade, Azevedo Gomes.

116 — Rapport sur le preapprentissage au point de vue scolaire, Dr. Faria de Vasconcelos.

117 — Aspecto da vida industrial portuguesa, Albano de Sousa.

118 — Marcha da crise económica mundial, Eng. Castro e Solla.

119 — Les economistes classiques et leurs adversaires, Richard Schuller.

120 — Os programas e o ensino das matemáticas nos Liceus, Dr. António Ferreira de Macedo.

121 — O ensino elementar de minas em Portugal, Eng. Mendes da Costa.

122 — Representação do C. E. do Instituto Superior de Agronomia.

123 — O Ensino Agrícola em Portugal, E. A. Lima Basto.

124 — Cursos livres, João R. Ascensão.

125 — As tendências orgânicas do ensino depois da Grande Guerra, Rodrigues Ascensão.

126 — Faculdade de Direito.

127 — Les Cours Superieurs de Lettres, F. Adolfo Coelho.

128 — L'Ecole primaire, Caetano Pinto.

129 — Methodes d'Enseignement dans les Ecoles Primaires de Portugal, Eugénio de Castro Rodrigues.

PUBLICAÇÕES RECEBIDAS

Revista Brasileira de Engenharia, Maio de 1934.

Boletim do Instituto de Engenharia, Maio de 1934.

Revista da Directoria de Engenharia, Maio de 1934.

Revista Politécnica, Março e Abril de 1934.

Revista das Obras Públicas, 1 e 15 de Maio de 1934.

Revista da Associação dos Engenheiros Civis Portugueses, Maio de 1934.

Cemento, Maio de 1934.

El Progreso de la Ingenieria, Maio de 1934.

La Ingenieria, Abril e Maio de 1934.

Revue Sulzer, N.º 2.

Revue Brown Boveri, Maio de 1934.

Revista Portuguesa de Comunicações, Maio de 1934.

Indústria Portuguesa, Maio de 1934.

Boletim da Sociedade de Estudos de Moçambique, Janeiro de 1934.

Medicina, Maio de 1934.

Proélium, Maio de 1934.

Rádio-Ciência, Maio de 1934.

Ciência e Indústria, Maio de 1934.

Revista de Artilharia, Maio de 1934.

Boletim da Sociedade de Geografia, Março e Abril de 1934.

Seara Nova, N.os 390-391-392-393-394-395.

O Instituto, Vol. 16.º, N.º 4.

Brotéria, Maio de 1934.

O Soldador-Cortador, Maio de 1934.

Estudos, N.º 124 e 125.

Gil Vicente, XI vol., N.º 5 e 6.

Boletim de Minas, Agôsto de 1933.

Nação Portuguesa, Vol. VIII, Fasc. VI.

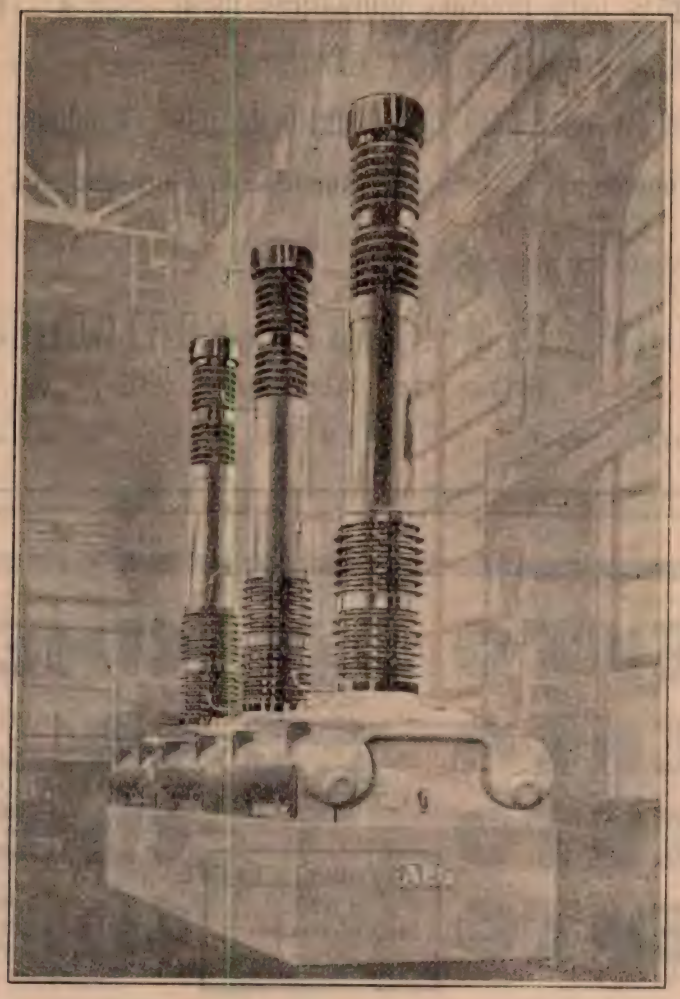
Veterinária, Abril e Maio de 1934.

Portugal Corticeiro, 1 e 15 de Maio de 1934.

República, Voz, Voz da Justiça, Novo Horizonte, Linha Geral, Correio do Sul, Província de Angola.

SOCIEDADE LUSITANA DE ELECTRICIDADE

AEG



Foi a «*AEG*» que construiu o primeiro interruptor de ar comprimido para intempérie: 220.000 volts de tensão de serviço e 2:500.000 kVA de capacidade de rutura

◆◆◆

LISBOA

R. dos Fanqueiros, 12 a 16

PORTO

R. Sá da Bandeira, 209 a 215

"LUSALITE"

fibro-cimento nacional

EM

INCOMBUSTÍVEL
LEVE
RESISTENTE
ISOLADOR
IMPUTRESCÍVEL

Tubos para pressões hidráulicas de 6 a 25 K.os/cm.2
Chapas onduladas para coberturas
Chapas lisas para revestimento de tetos, tabiques, etc.

Produtos da Sociedade Portuguêsa de Fibro-cimento, L.da

ÚNICOS CONCESSIONÁRIOS:

CORPORAÇÃO MERCANTIL PORTUGUÊSA, L.DA

Rua do Alecrim, 10

Telefones: *2 3943 — 2 8941* — **LISBOA** — Telegramas: *Fibrocimento*

CIMENTO LIZ
CIMENTO EXTRA-BRANCO
CIMENTO FUNDIDO
CIMENTO RAPIDO

AGUIAR & MELLO
LDA.
PRAÇA DO MUNICÍPIO, 13
LISBOA

FIBRO-CIMENTO
IMPERMEABILISADORES PARA CIMENTO
TINTAS PARA CIMENTO
ENDURECEDORES PARA CIMENTO

DEPOSITARIOS DE

"EVERSEAL"

COMPOSTO DE ASFALTO E AMIANTO

Para impermeabilização integral a frio

AGUIAR & MELLO, L.DA

Sociedade Industrial Metalurgica

Responsabilidade Limitada

(REGISTADO)

■ ■ ■

Serralharias, Caldeiraria, Ferraria, Fundições

■ ■ ■

ESCRITOÓRI

RUA DE S. TIAGO, 13

LISBOA

Telefone 26572

T. S. F.

Louças Sanitárias
Material Eléctrico
Encanamentos
Balneários
Aquecimento Central
Ventilação
Iluminação
Campainhas
Telefones
Pára-Raios
Frigoríficos "Copeland"
Elevadores "Stigler"

T. S. F.

Fundição de metais — Torneiras — Serralharia civil e artística — Latoaria — Galvanoplastia, etc.

Júlio Gomes Ferreira & C.ª, L.da

(CASA FUNDADA EM 1832)

A MAIS ANTIGA NO SEU GÉNERO

ESTABELECIMENTOS { *R. da Vitória, 82-88* / *R. Aurea, 166-170* } *LISBOA*

FÁBRICA *R. S. Tiago, 19*

Telefones 21361 P. B. X.

VENDAS A PRESTAÇÕES

Engenheiro Civil I. S. T.

RICARDO E. TEIXEIRA DUARTE

Captagens de água subterrânea

Sondagens e Poços artezianos

Fundações em terreno aquíferos

R. AUGUSTA, 280, 4.º (Elevador)

Telefone 2 3962

LISBOA

F. I. SOARES MENDES

CONSTRUTOR

Fundição de Aço, Ferro e outros metais

Serralheria e Forjas

Máquinas agrícolas e industriais

Lagares de azeite

os mais modernos e perfeitos

Executam-se peças em aço vasado até :: :: 4.000 quilos por unidade :: ::

.....

Rossio de Abrantes

Telefone n.º 80

COMPANHIA DAS FÁBRICAS CERÂMICA LUSITÂNIA

Sociedade Anónima de Responsabilidade Limitada

Antiga Fábrica Bessière

12 Fábricas de bons produtos cerâmicos

Sede social: — R. DO ARCO CEGO, 88 — LISBOA

Armazém no *PORTO — 240, R. Nova do Almada, 253*

Escritório das fábricas de *COIMBRA — Loreto — Estação*

Depósitos próprios de distribuïção e venda em:

FARO, SETÚBAL, LISBOA, COIMBRA, VISEU, PÔRTO e BRAGA

TELEGRAMAS:

Lisboa - EREISSEB

Coimbra - CERÂMICA LUSITANIA

TELEFONES

LISBOA.....	547 e 2626 N (P. B. X.)
COIMBRA...	816
PORTO.....	4581
BRAGA.....	132
VISEU.....	260
SETÚBAL...	435
FARO.....	231

AS MAIORES FABRICAS

DE

LOUÇA SANITÁRIA (1 FÁBRICA)

Retretes, lavatórios, bidets, urinóis, banheiras, pias, retretes turcas, etc. — O melhor fabrico nacional, rivalizando com o melhor estrangeiro

AZULEIOS (2 FÁBRICAS)

Brancos, decorados e artísticos, em pó de pedra e em pasta calcárea (Tipo Espanhol)

LADRILHOS DE CIMENTO (2 FÁBRICAS)

Os mais resistentes, os mais bonitos e os mais baratos

PRODUTOS REFRACTÁRIOS (2 FÁBRICAS)

Barro em pó, tejolos e tejoleiras. — A melhor qualidade e a maior garantia

MOSAICOS CERÂMICOS (1 FÁBRICA)

Os mais resistentes, grande variedade de côres e de tipos

TELHAS E TEJOLOS (4 FÁBRICAS)

Todos os modelos e dimensões, a melhor qualidade, a maior produção, o mais baixo preço

TUBOS DE GRÉS (2 FÁBRICAS)

A melhor qualidade. — A maior resistência. — O mais baixo preço

PRODUÇÃO ANUAL: MAIS DE 50 MILHÕES DE PRODUTOS

Área construída: mais de 80.000 metros quadrados

1.000 cavalos de fôrça motriz

2.000 operários e empregados

PORTUGUESES! PREFERI OS NOSSOS PRODUTOS!

OFICINAS E LABORATÓRIOS

DO

Instituto Superior Técnico

As oficinas pedagógicas do Instituto Superior Técnico, de **Carpintaria de Molde**, de **Instrumentos de precisão** e de **Electrotecnia**, fornecem todo o género de material escolar e de demonstração para o ensino técnico

Nos laboratórios de **Química analítica, Física industrial e de mineralogia** executam-se análises para o público

Para quaisquer informações, dirigir-se ao secretário da comissão executiva

SOCIEDADE ANÓNIMA

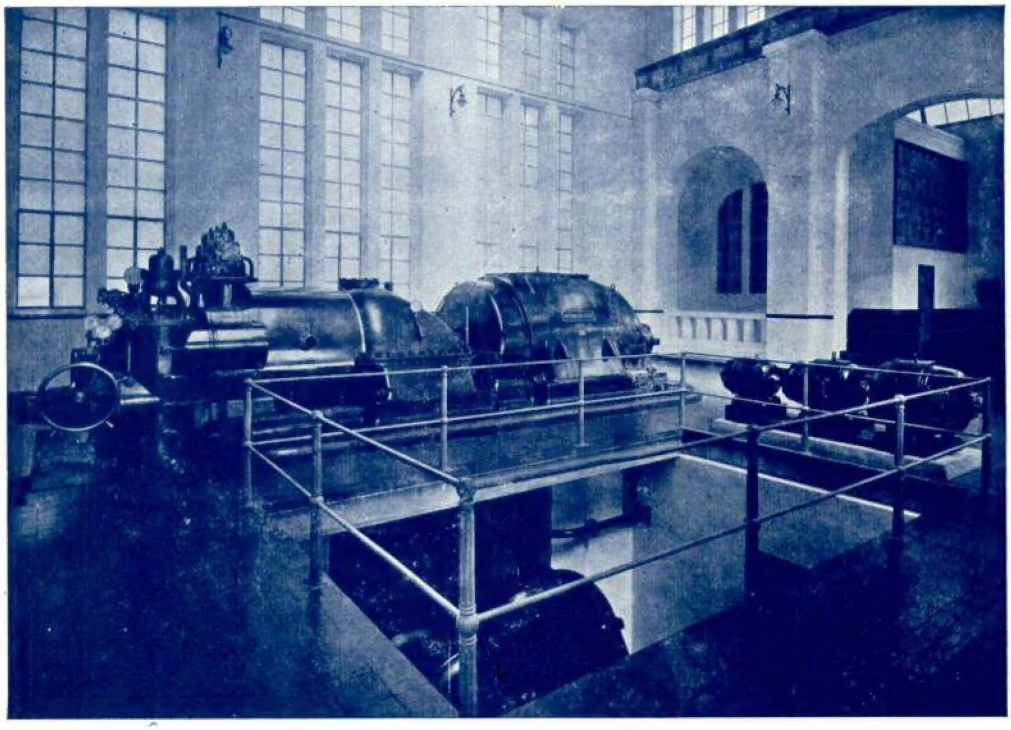
BROWN, BOVERI & CIE.

BADEN

Fábricas em Baden e em Munchenstein (SUISSA)

A firma que instalou o maior número de kilowatts nas centrais eléctricas portuguesas

A firma que montou o maior número de turbinas a vapor em Portugal:
15 turbinas com a potência de 43.575 cavalos



Um dos turbo-grupos de 11.000 cavalos da central térmica do Freixo, da Sociedade Anónima União Eléctrica Portuguesa, Pôrto

Representante Geral: *EDOUARD DALPHIN*
Engenheiro-Delegado

ESCRITÓRIO TÉCNICO: **R. Passos Manuel, 191, 2.º** — PORTO

Centrais Termo e Hidro-Eléctricas, Sub-Estações Eléctricas
Caminhos de Ferro Eléctricos

Carros Eléctricos — Máquinas de Extracção — Motores Eléctricos

Comandos eléctricos especiais

para as máquinas utilizadas nas Fábricas de Fiação, Tecelagem, Acabamentos, Estamparia, Tinturaria, etc.